SOLUCIONES TEMA 9, ÓPTICA GEOMÉTRICA

CUESTIONES

C1 La aproximación paraxial se produce cuando los rayos de luz inciden sobre el elemento óptico con un ángulo muy pequeño respecto del eje óptico. Entonces es válida la aproximación: $sen\,\theta \approx tg\,\theta \approx \theta$ para lo que el ángulo debe expresarse en radianes.

C2 Un elemento óptico divide el espacio en dos semiespacios, el objeto situado a la izquierda del elemento óptico y el imagen a su derecha. Cuando los rayos de luz después de atravesar el sistema óptico no se cortan, entonces no hay imagen real y hay que obtenerla prolongando los rayos hacia atrás desde el espacio imagen, de modo que estas prolongaciones se cortan en el espacio objeto, se dice que la imagen es virtual. La razón es que el ojo puede verla, sin embargo situando una pantalla donde se ve la imagen virtual no recogeremos nada.

C3 El foco imagen es un punto del eje óptico situado en el semiespacio imagen, donde se cortan todos los rayos que vienen paralelos entre sí y al eje óptico en el semiespacio objeto. En el caso de las lentes divergentes las posiciones de los focos están invertidas, de modo que el foco imagen está en el semiespacio objeto y viceversa.

C4 Sabemos por la experiencia que los espejos verifican la ley de la reflexión. Al ser la superficie plana y el ángulo de reflexión igual al de incidencia los rayos reflejados en el espejo plano nunca se cortan y por lo tanto el ojo ve las imágenes como si vinieran de la prolongación de los rayos reflejados. En consecuencia las imágenes son siempre virtuales.

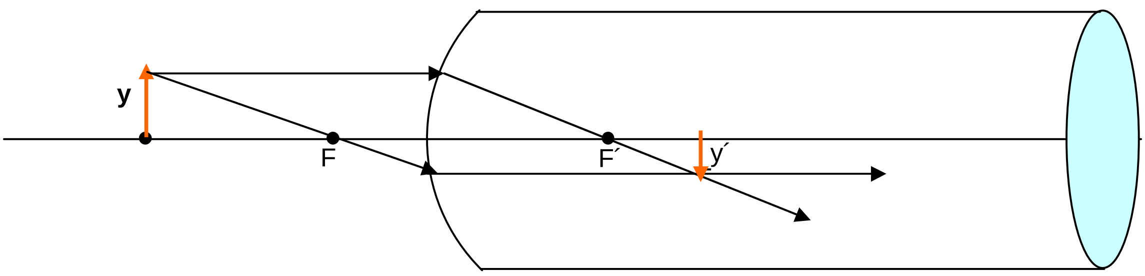
C5 La distancia focal vale la mitad del radio de curvatura. $f = \dfrac{R}{2}$

C6 Únicamente los espejos cóncavos.

C7 Será convexo pues al formar una imagen virtual de menor tamaño que el objeto, nos facilitará la observación de un gran campo de visión.

C8 El foco objeto se encuentra a la izquierda del vértice y el foco imagen a la derecha. Las distancias focales objeto e imagen no son iguales.

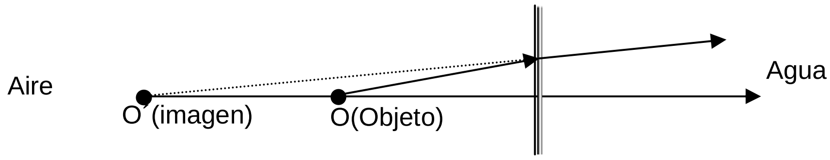
C9 La marcha de los rayos es la siguiente:



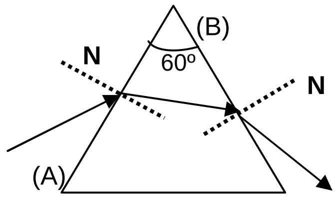
La imagen es real, invertida y de menor tamaño que el objeto.

C10 Los rayos de luz pasan de un medio de índice n_1 menor a otro de índice n_2 mayor. Aplicando la ley de Snell.

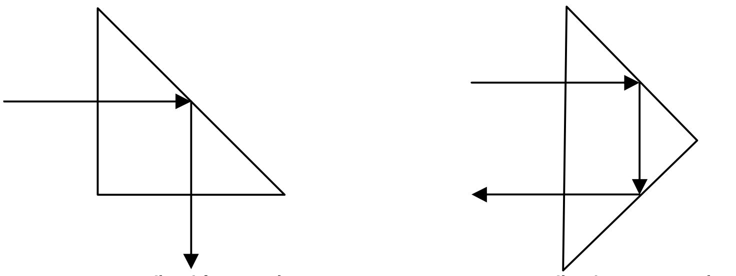
$sen\,\varepsilon_1' = \dfrac{n_1}{n_2} sen\,\varepsilon_1$; como $n_1 < n_2$ es $sen\,\varepsilon_1' < sen\,\varepsilon_1 \quad \Rightarrow \quad \varepsilon_1' < \varepsilon_1$ Con lo que el rayo refractado se acerca más a la normal. En consecuencia la imagen es virtual y más alejada que el objeto. La figura la situamos horizontal por razones de espacio.



C11 Al ser $n_1 < n_2$ en la cara (A) del prisma el rayo refractado se acerca más a la normal que el rayo incidente. En la cara (B) sucede lo contrario y el rayo se aleja más de la normal. En consecuencia el prisma óptico desvía los rayos hacia la base.

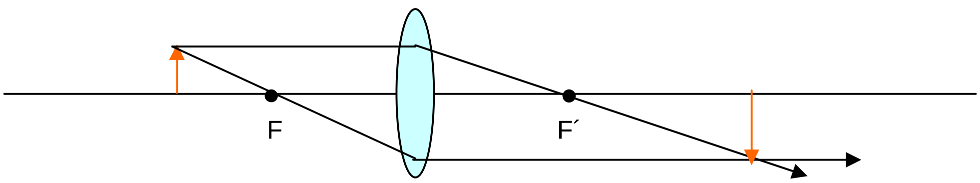


C12 Se utiliza un prisma recto de ángulo θ = 90º de modo que se produzca la reflexión total.

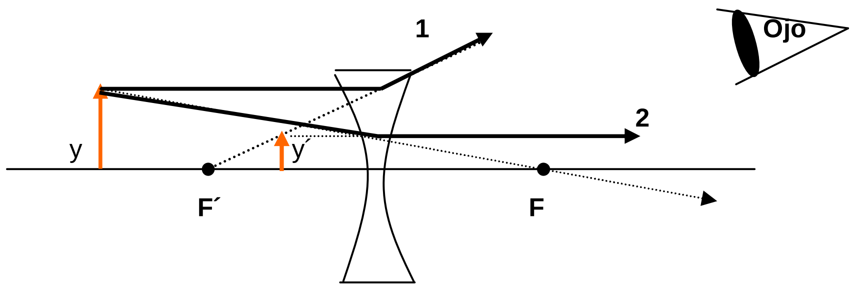


C13 Un rayo que apunta hacia el centro óptico de una lente no sufre desviación alguna.

C14 Las lentes delgadas tienen sus distancias focales objeto e imagen, iguales. Si la lente es convergente, el foco objeto está en el espacio objeto y el foco imagen en el espacio imagen.



C15 Las lentes divergentes tienen el foco objeto **F** en el espacio imagen y el foco imagen **F´** en el espacio objeto.



Los rayos que van hacia el foco imagen **F** (ahora a la derecha) salen de la lente paralelos al eje óptico. Los rayos que van paralelos al eje óptico salen de la lente en una dirección tal que pasa por el foco imagen **F´.**

La imagen formada es virtual pues los rayos **1** y **2** no se cortan físicamente. Si el ojo está situado a la derecha de la lente ve la imagen en la prolongación hacia atrás de los rayos **1** y **2,** por lo que la imagen es virtual. Además es derecha respecto del objeto y de menor tamaño.

C16 Si es menor de la unidad el tamaño de la imagen es menor que el del objeto.
Si es la unidad el tamaño de la imagen es igual que el del objeto.
Si es mayor que la unidad el tamaño de la imagen es mayor que el del objeto.

C17 La potencia de una lente es la inversa de su distancia focal medida en metros. Si L_1 tiene más potencia que L_2 se verifica: $P_1 > P_2 \Rightarrow \frac{1}{f_1} > \frac{1}{f_2}$; De donde se deduce que $f_1 < f_2$ y la lente con mayor potencia, es la que tiene la distancia focal más pequeña de las dos.

C18 El defecto visual es la miopía y lo que hace es alejar el libro hasta situarlo en su punto remoto.

C19 El defecto es la hipermetropía.

C20 Será necesaria una lente que hace de lupa, por lo tanto una lente convergente. El objeto deberá situarse entre la lente y la distancia focal de la misma.

C21 microscopio combina dos lentes convergentes. Una se llama el objetivo y la otra el ocular.

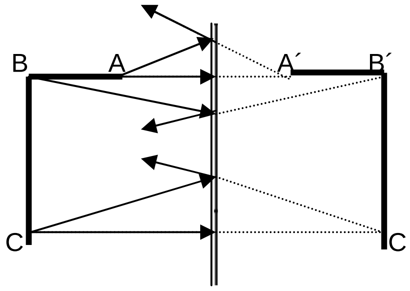
C22 Significa que es de 30 aumentos.

C23 Mediante la razón de las distancias focales del objetivo y del ocular.

C24 El refractor utiliza como objetivo una lente, mientras que el reflector utiliza un espejo cóncavo (parabólico) para recoger la luz.

EJERCICIOS

E1 Se traza la imagen que proporciona el espejo plano, que resulta simétrica respecto del mismo. La marcha de los rayos está en la figura.

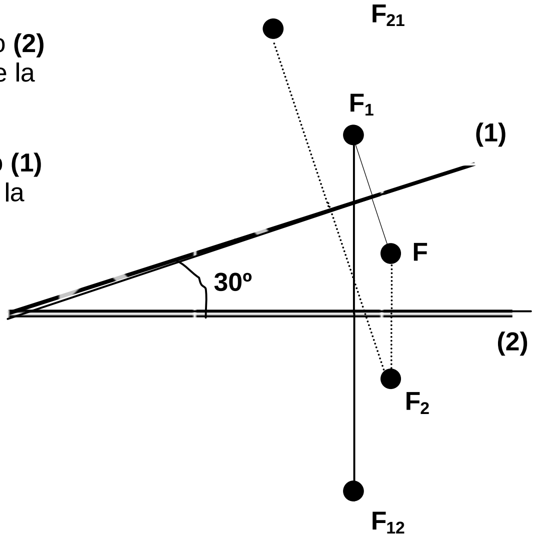


Como los triángulos formados son iguales las distancias de la imagen al espejo, son las mismas que las del objeto, además, los tamaños de la imagen y del objeto son exactamente iguales.

E2 Se trazan las imágenes de la ficha, que consideraremos puntual por sencillez, respecto de cada espejo y después la imagen que cada espejo produce en el otro. Designaremos a los espejos con **1** y **2.**

$\mathbf{F_{12}}$ designa la imagen que da el espejo **(2)** de $\mathbf{F_1}$ **;** que es la imagen que da **(1)** de la ficha **F.**

$\mathbf{F_{21}}$ designa la imagen que da el espejo **(1)** de $\mathbf{F_2}$ **;** que es la imagen que de **(2)** de la ficha **F.**



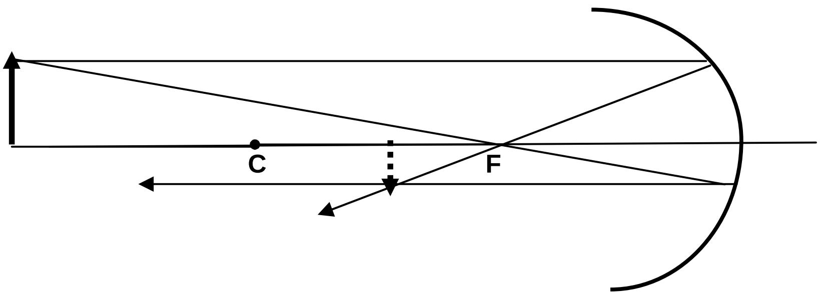
E3 En los espejos esféricos el foco objeto e imagen coinciden, además se encuentra a la mitad del radio: $f = f' = \frac{R}{2} = \frac{-0{,}2\,\text{m}}{2} = -0{,}1\,\text{m}$

Aplicando la ecuación de los espejos:

$$\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = \frac{1}{f}; \quad \frac{1}{s'} + \frac{1}{-0{,}3} = \frac{1}{-0{,}1}; \qquad s' = -0{,}15\,\text{m} = -15\,\text{cm}$$

$$\text{El aumento lateral} \quad \beta = \frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s} = -\frac{(-0{,}15)}{-0{,}3} = -\frac{1}{2}; \qquad y' = -\frac{1}{2}y = -7{,}5\,\text{cm}$$

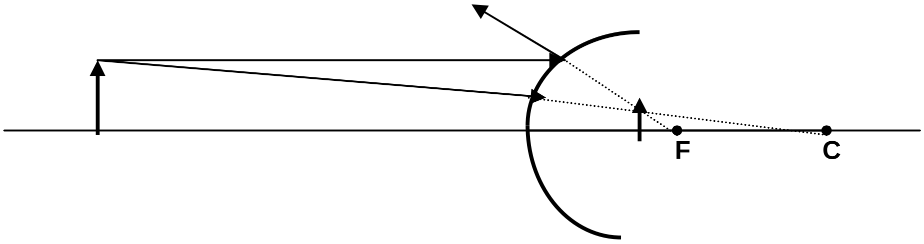
En el presente caso al ser $s' < 0$; los rayos reflejados se cortan y la imagen reflejada es real. Además es invertida respecto del espejo y de menor tamaño.



E4 La distancia focal es $f = \frac{R}{2} = \frac{4\,m}{2} = 2\,m$. La ecuación del espejo: $\frac{1}{s´} + \frac{1}{-8} = \frac{1}{2}$; s´ = 1,6 m. La Imagen es virtual. El aumento lateral $\beta = \frac{-s´}{s} = -\frac{1{,}6}{-8} = 0{,}2$;

$y´ = \beta \cdot y = 0{,}2 \cdot 1{,}40\,m = 0{,}28\,m = 28\,cm$

La imagen es virtual, derecha respecto del objeto y de menor tamaño.



E5 **a)** Al ser el dioptrio convexo, el centro de curvatura está a la derecha del vértice y el radio es positivo + 3 cm. La posición de los focos es:

$$f' = \frac{n'\ R}{n' - n} = \frac{1{,}5 \cdot 3\,cm}{1{,}5 - 1} = 9\,cm; \qquad f = -\frac{n\ \ R}{n' - n} = -\frac{1 \cdot 3\,cm}{1{,}5 - 1} = -6\,cm$$

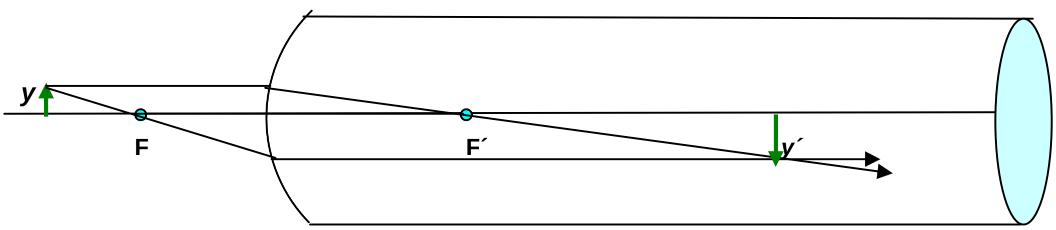
b) Aplicando el invariante de Abbe y teniendo en cuenta que el objeto está a la izquierda del dioptrio y que según el criterio de signos esta distancia se toma negativa resulta:

$$\frac{n'}{s'} - \frac{n}{s} = \frac{n' - n}{R}; \qquad \frac{1{,}5}{s'} - \frac{1}{-10\,cm} = \frac{1{,}5 - 1}{3\,cm}; \qquad s' = 22{,}5\,cm$$

El aumento lateral vale:

$$\beta = \frac{y'}{y} = \frac{s'\ n}{s\ \ n'} = \frac{22{,}5\,cm\ \cdot 1}{-10\,cm\ \ \ 1{,}5 \cdot} = -1{,}5; \qquad y´ = \beta \cdot y = -1{,}5 \cdot 2\,mm = -3\,mm$$

La imagen es real, invertida respecto del objeto (signo menos) y de mayor tamaño.



E6 a) La posición de los focos:

$$f' = \frac{n'\ R}{n' - n} = \frac{1{,}5 \cdot 20\,cm}{1{,}5 - 1} = 60\,cm; \qquad f = -\frac{n\ \ R}{n' - n} = -\frac{1 \cdot 20\,cm}{1{,}5 - 1} = -40\,cm$$

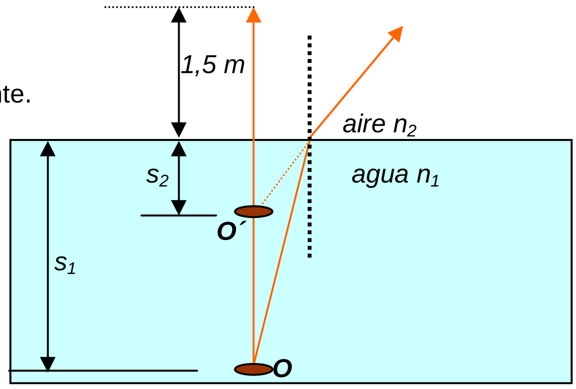
b) La ecuación del dioptrio esférico en función de los focos:

$$\frac{f'}{s'} + \frac{f}{s} = 1; \qquad \frac{60\,cm}{s'} + \frac{-40\,cm}{-50\,cm} = 1; \qquad s' = 300\ \ cm$$

$$\beta = \frac{y'}{y} = \frac{s'\ n}{s\ \ n'} = \frac{300\ \ cm\ \ \cdot 1}{-50\ cm\ \ \cdot\ \ 1{,}5\cdot} = -4\ ;\qquad y' = -4 \cdot 5\ cm = -20\ cm$$

La imagen es real, invertida respecto del objeto y de mayor tamaño.

E7 La persona ve el pez a una profundidad aparente que se debe encontrar mediante la construcción de la marcha de los rayos. Como $n_1 > n_2$ el rayo refractado se aleja más de la normal que el incidente.

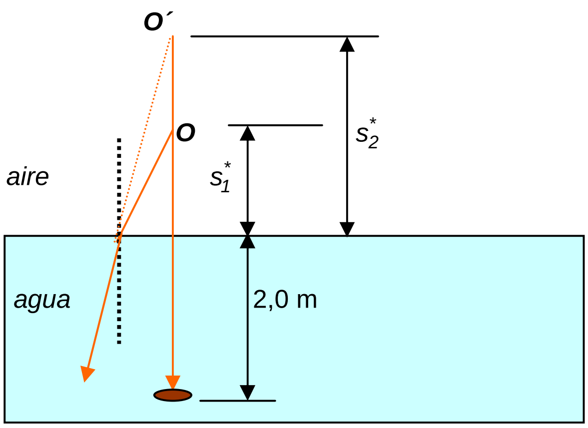


$$s_2 = \frac{n_2}{n_1} s_1 = \frac{1}{1{,}33} 2\ m = 1{,}5\ m$$

La distancia de sus ojos a la que se forma la Imagen O´ es.

$$D_1 = 1{,}5 + 1{,}5 = 3{,}0\ m$$

El pez ve a la persona a una altura cuya posición se determina mediante la marcha de los rayos. Como ahora es $n_1^* < n_2^*$ el rayo refractado se acerca más a la normal que el incidente.

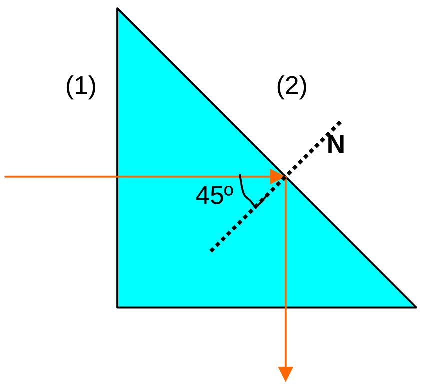


$$s^*_2 = \frac{n_2^*}{n_1^*} s_1^* = \frac{1{,}33}{1} 1{,}5 \approx 2{,}0\ m$$

La altura medida desde la posición del pez.

$$D_2 = s_2^* + 2{,}0\ m = 4{,}0\ m$$

E8 El rayo entra perpendicular a la cara (1) y no sufre desviación, de modo que llega a la cara (2) formando con la normal un ángulo de 45º. De acuerdo con el enunciado, este ángulo debe ser mayor que el ángulo límite del material para la luz utilizada.



Determinemos primero el ángulo límite. Como en la reflexión total éste ángulo verifica.

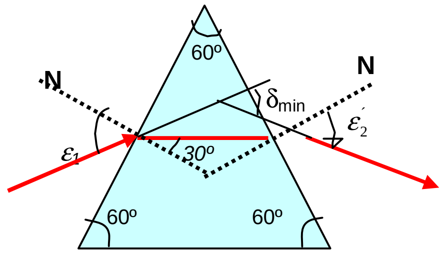
$$sen\ \Phi = \frac{n_2}{n_1}$$

Siendo $n_2 = 1$ el índice del aire y n_1 el del vidrio.

En el caso límite es $\Phi = 45º$

$$n_1 = \frac{n_2}{sen\ \ \Phi} = \frac{1}{sen\ \ 45} = 1{,}41$$

E9 Cuando la desviación es mínima y el medio que limita al prisma es el mismo, el rayo va por dentro del prisma óptico paralelo a la base, por lo que en este caso formará con la normal a la cara 30º. Aplicando la ley de Snell.



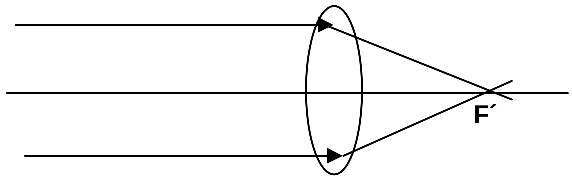
$1 \cdot \; sen\, \varepsilon_1 = 1{,}47 \cdot sen\, 30^o$; $\quad sen\; \varepsilon_1 = 0{,}735$;

$$\varepsilon_1 = 47{,}3^o$$

La desviación mínima es:

$$\delta_{mín} = 2\,\varepsilon_1 - \alpha = 2 \cdot 47{,}3^o - 60^o = 34{,}6^o$$

E10 El Sol se puede considerar a una distancia infinita de la lente, de modo que los rayos vienen paralelos y se concentran es su foco.



La ecuación de las lentes:

$$\frac{1}{s´} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f´}; \qquad s´ = f´ = 0{,}1\,m$$

E11 La distancia focal de la lente es la inversa de su potencia expresada en dioptrías.

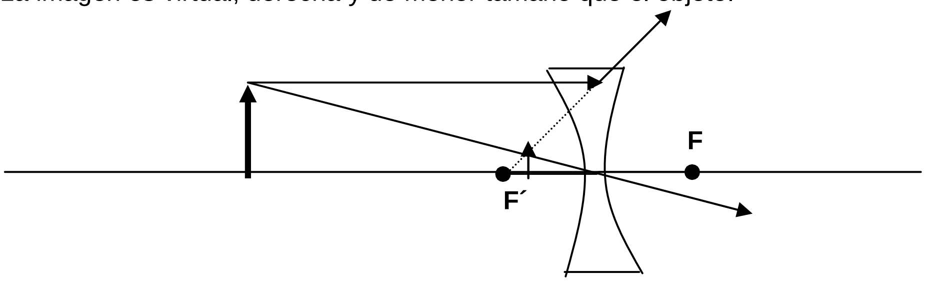
$$f´ = -\frac{1}{4\,D} = -0{,}25\,m$$

La ecuación de las lentes: $\frac{1}{s´} - \frac{1}{s} = -\frac{1}{0{,}25}$; De donde: $s´ = \frac{0{,}25 \cdot s}{0{,}25 - s}$

a) **s = -1 m;** $s´ = \frac{0{,}25 \cdot (-1)}{0{,}25 - (-1)} = -0{,}2\,m$; ($s´ < 0$ imagen virtual)

$$\beta = \frac{y´}{y} = \frac{s´}{s} = \frac{-0{,}2}{-1} = 0{,}2 \; ; \quad y´ = 0{,}2 \cdot y = 0{,}2 \cdot 0{,}1 = 0{,}02\,m = 2\,cm$$

La imagen es virtual, derecha y de menor tamaño que el objeto.



b) **s = -0,5 m;** $s´ = \frac{0{,}25 \cdot (-0{,}5)}{0{,}25 - (-0{,}5)} = -0{,}17\,m$

$$\beta = \frac{y´}{y} = \frac{s´}{s} = \frac{-0{,}17}{-0{,}5} = 0{,}33 \; ; \quad y´ = 0{,}33 \cdot y = 0{,}33 \cdot 0{,}1 = 0{,}033\,m = 3{,}3\,cm$$

La imagen es virtual, derecha y de menor tamaño que el objeto.

c) **s = -0,25 m ;** $s´ = \frac{0{,}25 \cdot (-0{,}25)}{0{,}25 - (-025)} = -0{,}125\,m$

$$\beta = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} = \frac{-0{,}125}{-025} = 0{,}5\ ;\quad y' = 0{,}5 \cdot y = 0{,}5 \cdot 0{,}1 = 0{,}05\,\mathrm{m} = 5\,\mathrm{cm}$$

La imagen es virtual, derecha y de menor tamaño que el objeto.

d) **s = -0,15 m ;** $s' = \frac{0{,}25 \cdot (-0{,}15)}{0{,}25 - (-015)} = -0{,}094\,\mathrm{m}$

$$\beta = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} = \frac{-0{,}049}{-015} = 0{,}625\ ;\quad y' = 0{,}625 \cdot y = 0{,}625 \cdot 0{,}1 = 0{,}0625\,\mathrm{m} = 6{,}25\,\mathrm{cm}$$

La imagen es virtual, derecha y de menor tamaño que el objeto.

E12 La focal imagen es la inversa de la potencia expresada en dioptrías.

$$f' = \frac{1}{P} = \frac{1}{5\,D} = 0{,}20\,\mathrm{m}$$

a) Para que sea la imagen sea real, tiene que ser, s´ >0; además como s <0; el aumento lateral $\beta = \frac{s'}{s} < 0$; en consecuencia β =-2. Sustituyendo en la ecuación del aumento lateral:

$\beta = -2 = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s}$; de donde s´ = -2 s

De la ecuación de las lentes delgadas $\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{0{,}20}$; $\frac{1}{-2s} - \frac{1}{s} = \frac{1}{0{,}20}$; s´= -0,3 m

b) Para que la imagen sea virtual debe ser s´< 0; y como s< 0; resulta que el aumento lateral β >0

$\beta = 2 = \frac{s'}{s}$; $s' = 2s$; $\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{0{,}20}$; $\frac{1}{2s} - \frac{1}{s} = \frac{1}{0{,}20}$; $s = -0{,}1$ m

E13 R_1= 0,20 m; R_2 = 0,10 m

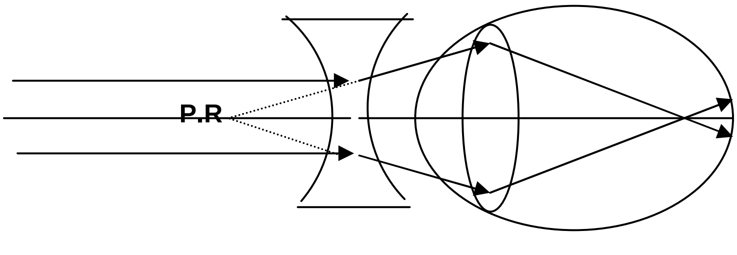
$\frac{1}{f'} = (1{,}47 - 1)\left(\frac{1}{0{,}20} - \frac{1}{0{,}1}\right) = -2{,}35;$ $f' = -0{,}43\,m$ La lente es divergente

$\frac{1}{s'} - \frac{1}{-0{,}30} = \frac{1}{-0{,}43};$ $s' = -0{,}18\,m$

El aumento lateral: $\beta = \frac{s'}{s} = \frac{-0{,}18\,m}{-0{,}30\,m} = 0{,}59$; $y' = 0{,}50 \cdot 5cm = 2{,}9cm$

La imagen es virtual, derecha respecto del objeto y de menor tamaño.

E14 Hay que colocarle unas gafas, de tal modo que los rayos procedentes de de puntos lejanos, formen una imagen virtual en su punto remoto. Estas lentes son divergentes.



Despreciando la distancia entre el ojo y la lente. La ecuación de las lentes permite escribir:

$$\frac{1}{s'}-\frac{1}{s}=\frac{1}{f'}=C\ ; \qquad \frac{1}{-0{,}6}-\frac{1}{\infty}=\frac{1}{f'}=C\ ;$$ C = -1,7 D; Necesita lentes divergentes

E15 Situando el libro a 25 cm del ojo, las lentes deben formar una imagen virtual en el punto próximo, a 100 cm.

$$\frac{1}{-1}-\frac{1}{-0{,}25}=\frac{1}{f'}=C\ ;$$ C = +3 D Necesita lentes convergentes de +3 D.

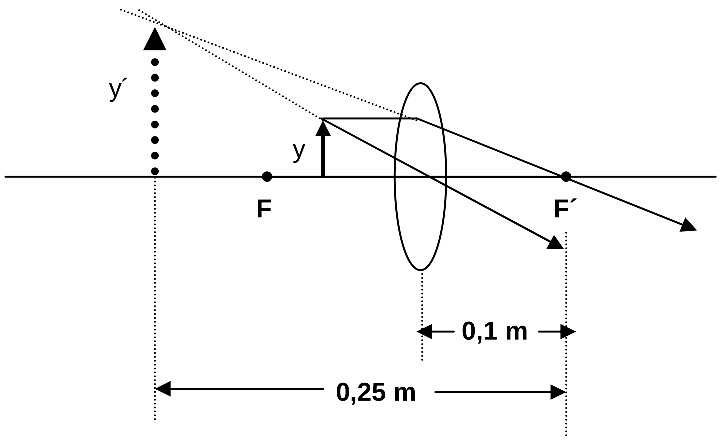
E16 $$\frac{1}{-1{,}25}-\frac{1}{\infty}=\frac{1}{f'}=C\ ;$$ C = -0,8 D Necesita lentes divergentes de –0,8 D.

E17 Las lentes deben formar de un objeto situado a 25 cm, la imagen en el punto próximo.

$$\frac{1}{s'}-\frac{1}{-0{,}25}=\frac{1}{f'}=+2\ ;$$ s´= 0,5 m El punto próximo está a 50 cm del ojo.

E18 La distancia focal es $f'=\frac{1}{P}=\frac{1}{10}=0{,}1$ m

La imagen se forma a 0,25 m del ojo, y como la focal es de 0,10 m, resulta s´= -(0,25 m – 0,10 m)= -0,15 m



a) La ecuación de las lentes:

$$\frac{1}{-0{,}15}-\frac{1}{s}=\frac{1}{0{,}1}\ ;$$ s´ = -0,06 m = - 6 cm

b) $\beta=\frac{s'}{s}=\frac{-0{,}15}{-0{,}06}=2{,}5=\frac{y'}{y}\ ;$ si los lados son a´ y b´

a´= 2,5 · 2,8 cm = 7 cm; b´= 2,5 · 5 cm = 12,5 cm

c) $\gamma=1+\frac{0{,}25}{0{,}1}=3{,}5$; es de 3,5 aumentos. Se expresa **3,5X**

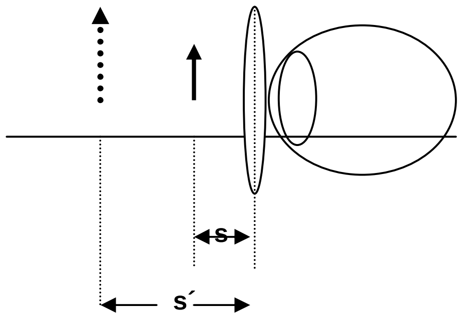
E19

a) El aumento que proporciona es:

$$\gamma = \frac{0{,}25}{f} = 0{,}25 \cdot P = 0{,}25 \cdot 100 = 25$$

b) Se coloca el ojo pegado a la lente, y se mueve el objeto hasta que la imagen se forme en el punto más cercano de visión, (el punto próximo). Sea s la distancia del objeto a la lente.

$$\frac{1}{-0{,}25} - \frac{1}{s} = 100; \qquad s = -0{,}0096\,m \approx -1cm$$



E20

a) La distancia focal del ocular considerado como una lupa es:

$$f_{oc} = \frac{0{,}25}{20} = 0{,}0125\,m = 12{,}5\,mm$$

b)

$$\frac{1}{s'_{ob}} - \frac{1}{-5{,}17} = \frac{1}{5}; \quad s'_{ob} = 152\,mm; \qquad s_{oc} = 160 - 152 = 8\,mm$$

$$\frac{1}{s'_{oc}} - \frac{1}{-8} = \frac{1}{12{,}5}; \quad s'_{oc} = -22{,}2\,mm$$

c) <u>Objetivo</u>

Aumento lateral

$$\beta_{ob} = \frac{y'}{y} = \frac{s'_{ob}}{s_{ob}} = \frac{152}{-5{,}17} = -29{,}4$$

Aumento angular

$$\gamma_{ob} = \frac{250\ mm}{5\ mm} = 50$$

<u>Ocular</u>

Aumento lateral

$$\beta_{oc} = \frac{s'_{oc}}{s_{oc}} = \frac{-22{,}2}{-8} = 2{,}775$$

Aumento angular

$$\gamma_{oc} = \frac{250\,mm}{12{,}5\,mm} = 20$$

<u>Aumento del microscopio propiamente dicho</u>

$$M = \beta_{ob} \cdot \gamma_{oc} = -29{,}4 \cdot 20 = 588$$

E21 El aumento del microscopio es según (9.14) $M = \beta \cdot \gamma$

$M = \frac{L}{f_1} \cdot \gamma$**;** y aplicando esta ecuación a cada una de las combinaciones resulta:

$$M_1 = \frac{160}{16} \cdot 5 = 50\,; \qquad M'_1 = \frac{160}{16} \cdot 10 = 100$$

$$M_1 = \frac{160}{4} \cdot 5 = 200\,; \qquad M'_1 = \frac{160}{14} \cdot 10 = 400$$

$$M_1 = \frac{160}{1{,}6} \cdot 5 = 500\,; \qquad M'_1 = \frac{160}{1{,}6} \cdot 10 = 1000$$

E22 $\gamma = \frac{f_1}{f_2} = \frac{P_2}{P_1} = \frac{40}{1} = 40$ aumentos

E23

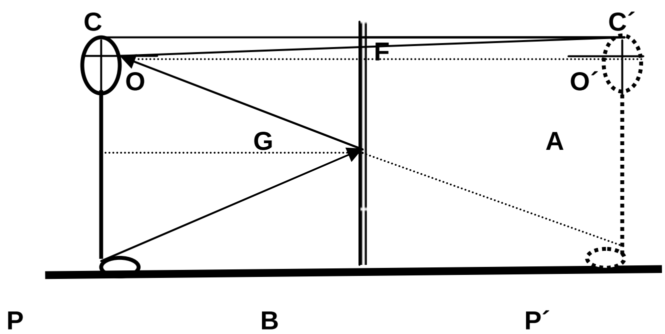
Mirando directamente y para ángulos pequeños: $\alpha(\text{rad}) = y/D$

Mirando a través del objetivo, el aumento lateral es:

$$\beta = \frac{s'}{s} = \frac{f}{D} = \frac{f}{y/\alpha} = \frac{y'}{y}\,; \qquad y' = \alpha \cdot f = 0{,}5\,\frac{\pi \text{ rad}}{180} \cdot 100\,\text{cm} = 0{,}87\,\text{cm}$$

PROBLEMAS

P1 Por la ley de la reflexión, los ángulos de incidencia y de reflexión son iguales. Además, las imágenes del espejo plano están situadas simétricamente respecto del espejo, en relación al objeto.



El punto A, es la posición de la parte inferior del espejo, que permite todavía verse los pies. La distancia AB, se deduce de los triángulos iguales **OAG** y **PAG**. De la figura **OP = H** y **AB = OP/2 = H/2.**

Por otra parte los triángulos **OC´P´** y **OFA** son semejantes y verifican:

$$\frac{\mathbf{C'P'}}{\mathbf{FA}} = \frac{\mathbf{OO'}}{\mathbf{OF}}\,; \qquad \frac{\mathbf{L}}{\mathbf{FA}} = \frac{\mathbf{2d}}{\mathbf{d}}\,; \quad \text{resultando para la altura del espejo } \mathbf{FA} = \frac{\mathbf{L}}{\mathbf{2}}$$

El espejo debe tener de altura la mitad de la longitud del cuerpo, y debe estar del suelo, a una distancia igual a la mitad de la distancia de los ojos al propio suelo.

P2 La imagen del filamento será la zona iluminada por el foco, cuyo tamaño dependerá de la distancia al mismo. El filamento como debe estar situado fuera de la distancia focal del espejo cóncavo, tendrá una imagen invertida, de altura y´ = - 1 m.

$$\beta = \frac{y'}{y} = \frac{-3}{5 \cdot 10^{-3}} = -600 \;\; ; \;\; \beta = -\frac{s'}{s} = -\frac{30}{s} \;\; ; \;\; -600 = -\frac{30}{s} \;\; ;$$ de donde s = 0,05 m = 5 cm

Aplicando la ecuación de los espejos: $\frac{1}{30} + \frac{1}{0{,}05} = \frac{1}{f}$; f =0,0499 m = 4,99 cm

El radio de curvatura del espejo R = 2 · f = 2 · 4,99 cm = 9,98 cm.

La posición del filamento (s = 5 cm) está situada ligeramente delante del foco del espejo, f = 4,99 cm.

P3 La distancia focal es $f = \frac{R}{2} = \frac{-0{,}5\ \text{m}}{2} = -0{,}25\ \text{m}$. La ecuación del espejo:

$\frac{1}{s'} + \frac{1}{-0{,}2} = \frac{1}{-0{,}25}$; s´ = 1 m

La imagen está a la derecha del espejo y es virtual. Si se sitúa allí una pantalla, no se recogerá nada.

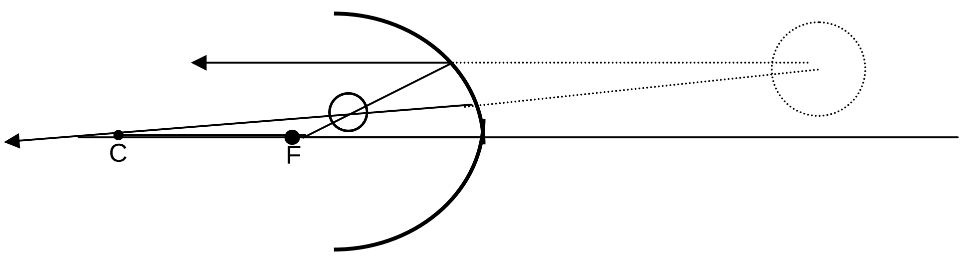
El aumento lateral $\beta = -\frac{s'}{s} = -\frac{1}{-0{,}2} = 5$; $y' = 5 \cdot y = 5 \cdot 5\ \text{cm} = 25\ \text{cm}$ de diámetro.

La distancia focal es $f = \frac{R}{2} = \frac{-0{,}5\ \text{m}}{2} = -0{,}25\ \text{m}$. La ecuación del espejo: $\frac{1}{s'} + \frac{1}{-0{,}2} = \frac{1}{-0{,}25}$;

s´ = 1 m

La imagen está a la derecha del espejo y es virtual. Si se sitúa allí una pantalla, no se recogerá nada.

El aumento lateral $\beta = -\frac{s'}{s} = -\frac{1}{-0{,}2} = 5$; $y' = 5 \cdot y = 5 \cdot 5\ \text{cm} = 25\ \text{cm}$ de diámetro.



P4 El sistema se compone de dos dioptrios uno convexo y otro cóncavo. En primer lugar se calcularán los focos de cada dioptrio.

$$f_1' = \frac{n' R}{n' - n} = \frac{1{,}5 \cdot 10\ cm}{1{,}5 - 1} = 30\ cm; \qquad f_1 = -\frac{n R}{n' - n} = -\frac{1 \cdot 10\ cm}{0{,}5} = -20\ cm$$

Aplicando la ecuación del dioptrio se calcula la posición de la imagen y'_1 del primer dioptrio.

$$\frac{30\ cm}{s'_1}+\frac{-20\ cm}{-50\ cm}=1\ ; \qquad s'_1=50\ cm\ ;$$

$$\beta_1=\frac{y'_1}{y_1}=\frac{s'_1\ n}{s_1\ n'}=\frac{50\ cm\ \cdot 1}{-50\ cm\cdot 1{,}5}=-\frac{1}{1{,}5}\ ; \qquad y'_1=-\frac{1}{1{,}5}\cdot 1\ cm=-0{,}67\ cm$$

La imagen es real, invertida respecto del objeto y de menor tamaño.

Para el segundo dioptrio cóncavo la imagen obtenida se convierte en objeto. Los focos se determinan:

$$f'_2=\frac{1{,}5\cdot(-12\ cm)}{0{,}5}=-36\ cm\ ; \qquad f_2=-\frac{1\cdot(-12\ cm)}{0{,}5}=24\ cm$$

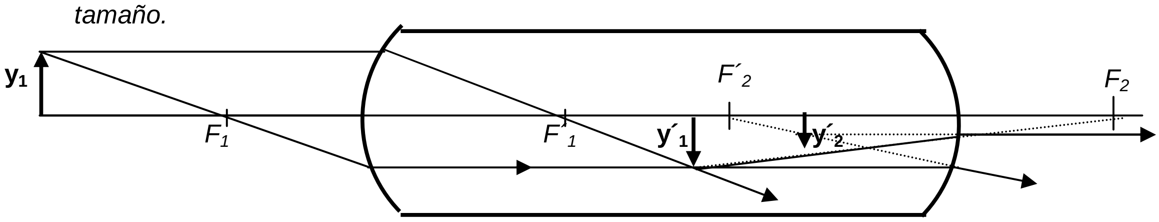
Los focos están invertidos, el foco imagen está a la izquierda del segundo dioptrio y el foco objeto a la derecha. La distancia de la primera imagen y'_1 al segundo dioptrio es:

s_2 = 90 cm – s'_1 = 90 cm – 50 cm = 40 cm a la izquierda de su vértice.

$$\frac{-36\ cm}{s'_2}+\frac{24\ cm}{-40\ cm}=1\ ; \qquad s'_2=-22{,}5\ cm; \quad \beta_2=\frac{y'_2}{y_2}=\frac{s'_2\cdot n'}{s_2\cdot n''}=\frac{-22{,}5\ cm\cdot 1{,}5}{-40\ cm\cdot 1}=0{,}84\ cm\ .$$

Pero es $y_2 = y'_1 = -0{,}67\ cm$; $\qquad y'_2=0{,}84\cdot(-0{,}67\ cm)=-0{,}56\ \ cm$

La imagen definitiva es virtual, invertida respecto del primer objeto y = 1 cm y de menor tamaño.



P5 En primer lugar se determina la imagen de la primera lente, que a su vez, hace de objeto para la segunda lente.

a) La primera lente es convergente de focal imagen positiva: $\frac{1}{s'}-\frac{1}{-08}=\frac{1}{0{,}15}$; resulta s´= 0,185 m

$\beta=\frac{y'}{y}=\frac{s'}{s}=\frac{0{,}185}{-0{,}8}=-0{,}23$; obteniéndose y´= -1,15 cm. La imagen de esta lente es real, invertida y de menor tamaño que el objeto.

b) La segunda lente de focal imagen negativa, es divergente f´= -0,6 m. Como la distancia entre las lentes es de 0,05 m, ahora, la nueva distancia de la imagen y´ (que hace de objeto para esta segunda lente) es:

s = 0,185 m – 0,05 m = 0,135 m ; posición que está situada a la derecha de la lente divergente.

$\frac{1}{s''}-\frac{1}{0{,}135}=\frac{1}{-0{,}6}$; de donde se obtiene s´´= 0,174 m. El aumento lateral

$\beta=\frac{s''}{s'}=\frac{0{,}174}{0{,}135}=1{,}293$

El tamaño de la imagen definitiva es: $y''=\beta\cdot y'=1{,}293\cdot(-1{,}15\ cm)=-1{,}49\ cm$.

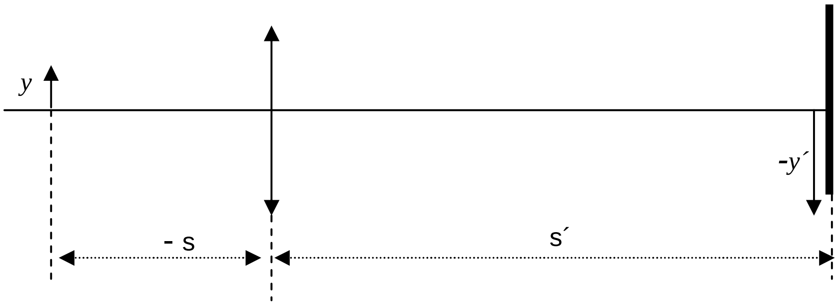
La imagen es real s´´ >0, invertida respecto del objeto y de menor tamaño.

P6 Se determina la convergencia equivalente a las dos lentes en contacto, $D = D_1 + D_2 = 4$ D + (-10) D = -6 D

$$f' = \frac{1}{-6\,D} = -0{,}167\,m$$

El conjunto equivale a una lente divergente de focal imagen –0,167 m

P7 Para dar una imagen real sobre la pantalla la lente tiene que ser convergente y el objeto debe estar situado fuera de la distancia focal. De este modo la imagen *y´* es invertida respecto del objeto *y*. En la figura se muestan las distancias y sus signos:



$$\begin{cases} -s + s' = 4 \\ \dfrac{s'}{s} = \dfrac{y'}{y} = \dfrac{-6}{2} = -3 \end{cases} \qquad s = -1m\,; \qquad s' = 3\,m$$

$$\frac{1}{3} - \frac{1}{-1} = \frac{1}{f'}\,; \qquad f' = 0{,}75\ m; \qquad P = \frac{1}{0{,}75\,m} = +1{,}33\,D$$

Se trata de una lente convergente de potencia +1,33 D.

P8 Para calcular el punto próximo, la imagen debe formarse a 25 cm = 0,25 m, del ojo.

$$\frac{1}{0{,}25} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} = C = +2\,; \qquad s = -0{,}17$$

Para calcular el punto remoto, la imagen debe formarse en el infinito.

$$\frac{1}{\infty} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} = C = +2\,; \qquad s = -0{,}5\ m$$

Solo pueden ver con claridad, objetos situados entre 17 y 50 cm.

P9 El punto próximo está a 60 cm.

$$\frac{1}{-0{,}6} - \frac{1}{-0{,}25} = \frac{1}{f'} = C\,; \qquad C = +2{,}3\ D; \qquad \text{Necesita lentes positivas o convergentes}$$

El punto próximo está a 60 cm.

$$\frac{1}{-0{,}6} - \frac{1}{-0{,}25} = \frac{1}{f'} = C\,; \qquad C = +2{,}3\ D; \qquad \text{Necesita lentes positivas o convergentes}$$

P10

El aumento aungular es:

$$\gamma = \frac{f_1}{f_2}$$

Siendo f_1 la distancia focal del espejo y f_2 la del ocular.

$$f_1 = \gamma \cdot f_2 = 100 \cdot \frac{1}{75}\,\text{m} = \frac{100}{75}\,\text{m}$$

Por otro lado, al tratarse de un espejo esférico $f_1 = \frac{R}{2}$

y el radio $R = \frac{2 \cdot 100}{75}\,\text{m} = 2{,}67\,\text{m}$

El espejo debe ser cóncavo y de radio 2,67 m (basta con un casquete de la esfera, de poca altura).

P11 **a)** La potencia de la lupa se puede obtener de la ecuación de los constructores de lentes.

$$P = \frac{1}{f'} = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right) = (1{,}5-1)\left(\frac{1}{-0{,}1} - \frac{1}{-0{,}05}\right) = +5\,\text{D}$$

b)

$$\frac{1}{\infty} - \frac{1}{s} = 5; \quad s = -0{,}20\ \text{m}$$

c)

$$\frac{1}{-0{,}50} - \frac{1}{s} = 5; \quad s = -0{,}14\,\text{m}$$

d)

$$\gamma = 1 + \frac{0{,}25}{f} = 1 + \frac{0{,}25}{0{,}20} = 2{,}25$$