CUESTIONES (CB)

C1 Las cargas cuando se mueven.

C2 El Tesla es el valor del campo magnético que al actuar sobre una carga de un culombio que se mueve a 1 m/s produce una fuerza sobre la misma de 1 N.

C3 Son circunferencias perpendiculares a la trayectoria que describe la carga y cuyo centro está situado sobre la misma trayectoria.

C4 La fuerza del campo magnético es perpendicular a la velocidad de la carga, $\vec{F} = q\vec{v} \wedge \vec{B}$ por lo tanto no realiza trabajo alguno, en consecuencia su energía cinética va a permanecer constante. La carga describirá una circunferencia de radio R en torno a las líneas del campo magnético.

C5 Circunferencias con centro en la línea. Su sentido se determina con la regla de la mano derecha orientando el dedo pulgar en el sentido de la corriente, el resto de los dedos indican la dirección y el sentido de las líneas del campo magnético.

C6 Es la fuerza que actúa sobre una carga en movimiento cuando se mueve dentro de un campo magnético $\vec{B}$ y otro eléctrico $\vec{E}$; $\vec{F} = q\vec{v} \wedge \vec{B} + q\vec{E}$

C7 Sí, cuando la dirección del movimiento del electrón sea paralela a la dirección del campo magnético, pues entonces $\vec{F} = -e\vec{v} \wedge \vec{B} = 0$

C8 Un campo eléctrico actúa sobre una carga eléctrica tanto esté en reposo o esté en movimiento con una fuerza que le proporciona una aceleración en la dirección y sentido de la misma, $\vec{a} = \vec{F}_{\vec{E}} / m$. Sin embargo, el campo magnético solo le proporciona una fuerza sí la carga está en movimiento y esta fuerza es perpendicular al vector velocidad $\vec{a}_C = \vec{F}_{\vec{B}} / m$

C9 Uniforme y perpendicular al vector velocidad de la carga. Si el campo magnético no fuera perpendicular al vector velocidad, entonces describiría una hélice en el campo magnético.

C10 El neutrón es una partícula con masa pero sin carga, en consecuencia no puede experimentar fuerza magnética alguna en un campo magnético.

C11 Si una partícula cargada penetra en un campo magnético uniforme recibe una fuerza que viene dada por la ecuación:

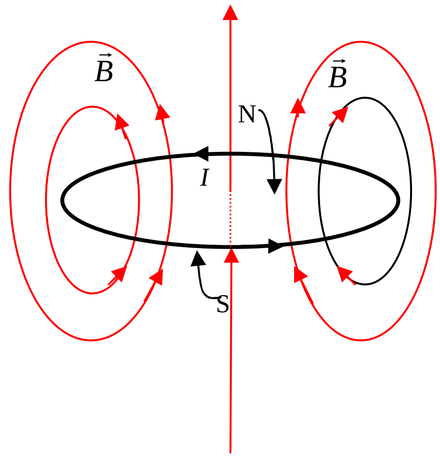
$$\vec{F} = q\vec{v} \wedge \vec{B}$$

- De las reglas del producto vectorial se deduce que si $\vec{v}$ es paralelo a $\vec{B}$ la fuerza es nula.
- Si $\vec{v}$ es perpendicular a $\vec{B}$ la fuerza magnética actúa en todo instante como una fuerza centrípeta, de modo que no efectúa ningún trabajo sobre la partícula cargada y no modifica su energía cinética. En cambio, la obliga a describir en el campo magnético una circunferencia de radio.

$$r = \frac{m|\vec{v}|}{|q||\vec{B}|}$$

- Si la carga entra en el campo magnético formando su vector velocidad un ángulo α con el mismo, tal que: $0 < \alpha < 180^\circ$ entonces hay una componente del vector velocidad en la dirección del campo y la partícula describe una hélice.

C12



C13 La ley de Biot-Savart es de aplicación general para hallar el campo magnético debido a una corriente, ahora bien, su utilización requiere el uso del cálculo integral. Sin embargo, en aquellos casos en los que el conductor crea un campo magnético con mucha simetría se puede aplicar fácilmente la ley de Ampere para determinar además de la circulación del campo $\vec{B}$, su valor.

C14 El campo creado por una espira circular en su propio plano tiene una dirección perpendicular al plano. Su sentido es saliente por su cara norte (aquella desde la que se ve circular la corriente en sentido contrario a las agujas del reloj) y entrante por la cara sur.

C15 El campo magnético decrece con la distancia al plano de la espira, debido a la dispersión del flujo magnético.

C16 En un solenoide muy largo el campo magnético en su interior es uniforme, de modo que las líneas del campo magnético son paralelas siendo su sentido del sur al norte. Además, el módulo del campo vale lo mismo en todos los puntos alejados de los bordes, $B = \mu_o nI$

C17 Es la intensidad de una corriente que, mantenida frente a otra igual en dos conductores paralelos, rectilíneos de longitud infinita, de sección despreciable y situados en el vacío a la distancia de un metro, produce en cada uno de los conductores una fuerza de 2.10^{-7} N/m.

C18 La fuerza que ejerce un campo magnético sobre una espira con corriente es siempre nula con independencia de su forma, sin embargo, produce un momento de un par de fuerzas cuyo efecto dinámico es la rotación de la espira.

C19 El momento dipolar magnético de una espira es un vector perpendicular a su plano $\vec{m} = I\vec{S}$, en donde la dirección y el sentido del vector superficie $\vec{S}$ se designa de acuerdo con el criterio de la regla de la mano derecha "se sitúan los dedos de la mano en el sentido de giro de la corriente, el pulgar señala entonces la dirección y el sentido del vector superficie".

C20 En este caso aparece sobre la espira un par de fuerzas cuyo momento mecánico vale $\vec{M} = I\vec{S} \wedge \vec{B}$ el cual tiende a tumbar al vector superficie sobre la dirección del campo magnético. Al formar el plano de la espira un ángulo de 30º con el campo magnético, el vector superficie que es normal a la espira formará 60º; de modo que el módulo del momento mecánico vale.

$$\left|\vec{M}\right| = I\left|\vec{S}\right|\left|\vec{B}\right| sen\,60^{o}$$

SOLUCIONES A LOS EJERCICIOS DE APLICACIÓN (E)

E1 $E_c = 1000\, eV = 1000 \cdot 1,6.10^{-19}\, J = 1,6.10^{-16}\, J$

$$v = \sqrt{\frac{2\,E_c}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,6.10^{-19}\, J}{9.10^{-31} kg}} = 596285\, m/s$$

$$r = \frac{m\,v}{q\,B} = \frac{9.10^{-31}\, kg \cdot 596285 m/s}{\left|-1,6.10^{-19} C\right| 0,1T} = 33,5.10^{-6}\, m$$

E2 $\left|\vec{F}\right| = q\left|\vec{v}\right|\left|\vec{B}\right| sen\, 90 = 1,6.10^{-19}\, C \cdot 10^{6}\, m/s \cdot 0,2T = 32.10^{-15}\, N$

$$r = \frac{mv}{qB} = \frac{1836 \cdot 9.10^{-31}\, Kg \cdot 10^{6}\, m\ /s}{1,6.10^{-19}\, C \cdot 0,2T} = 0,052 m/$$

E3 Hallemos primero el valor de la velocidad del electrón

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot E_c}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 500 \cdot 1,6.10^{-19}\, J}{9.10^{-31}\, kg}} = 1,33.10^{7}\, m/s$$

Cuando la carga no entra en el campo con su misma dirección, es necesario expresar el vector velocidad según dos componentes, una tomada en la dirección del campo $\vec{v}_{\parallel}$ y otra en una dirección perpendicular al campo $\vec{v}_{\perp}$. Calculando la fuerza resulta:

$$\vec{F} = q\vec{v} \wedge \vec{B} = q\left(\vec{v}_{\parallel} + \vec{v}_{\perp}\right) \wedge \vec{B} = q\vec{v}_{\perp} \wedge \vec{B}$$

La fuerza magnética solo afecta a la componente perpendicular de la velocidad, pues la componente paralela al campo da un producto vectorial nulo.

$$\left|\vec{F}\right| = |e|\left|\vec{v}_{\perp}\right|\left|\vec{B}\right| sen\, 90º = |e|\left[\left|\vec{v}\right| sen 60\right]\left|\vec{B}\right| sen\, 90º =$$
$$= \left|-1,6.10^{-19} C\right|\left[1,33.10^{7}\, m/s \cdot sen\, 60\right] \cdot 0,1T = 1,84.10^{-13}\, N$$

Como solo se ve afectada la componente perpendicular de la velocidad resulta:

$$|e|\, v_{\perp} B = \frac{mv_{\perp}^{2}}{r}; \qquad r = \frac{mv_{\perp}}{|e|\, B} = \frac{9.10^{-31} Kg \cdot 1,33.10^{7}\, sen\, 60 m/s}{\left|-1,6.10^{-19} C\right| 0,1T} = 6,5.10^{-4}\, m$$

E4 La fuerza que ejerce el campo magnético sobre el conductor tiene de módulo:

$$F = I\ L\ B\, sen\, \alpha; \qquad B = \frac{F}{I\ L\, sen\, \alpha} = \frac{15\, N}{20A \cdot 1m\, sen\ 90} = 0,75T$$

E5 El modulo de la fuerza es:

$$F=I\,L\,B\,sen\,70^{o} = 1000\,A \cdot 100\,m \cdot 7.10^{-5}\,T \cdot sen\,70 = 6{,}6\,N$$

E6 Se determina en primer lugar la in densidad de la corriente por la ley de Ohm:

$$I=\frac{12V}{100\,\Omega}=0{,}12\,A$$

El campo magnético en el centro de la espira es

$$B=\frac{\mu_o I}{2r}=\frac{4\pi.10^{-7}\cdot 0{,}12A}{2\cdot 0{,}2}=3{,}8.10^{-7}\,T$$

E7 Despejando la intensidad de la corriente

$$B=\frac{\mu_o I}{2r};\qquad I=\frac{2r\,B}{\mu_o}=\frac{2\cdot 1{,}5\,\cdot\,2{,}5.10^{-5}}{4\pi.10^{-7}}=59{,}7\,A$$

E8 El campo magnético en el interior de un solenoide largo vale $B=\mu_o nI$ Despejando el número de vueltas por unidad de longitud resulta:

$$n=\frac{B}{\mu_o I}=\frac{0{,}35}{4\pi.10^{-7}\cdot 10}=27852\,espiras/m$$

E9 Aplicando la fórmula del texto: $B=\mu_o\frac{N\,I}{l}=4\pi.10^{-7}\,\frac{500\cdot 1}{0{,}4}=1{,}7.10^{-3}\,T=1{,}7\,mT$

E10 Aplicando la fórmula del texto: $B=\mu_o\frac{I}{2\pi R}$; $\quad I=\frac{B\,2\pi R}{\mu_o}=\frac{10^{-5}\cdot 2\pi\cdot 0{,}1}{4\pi.10^{-7}}=5\,A$

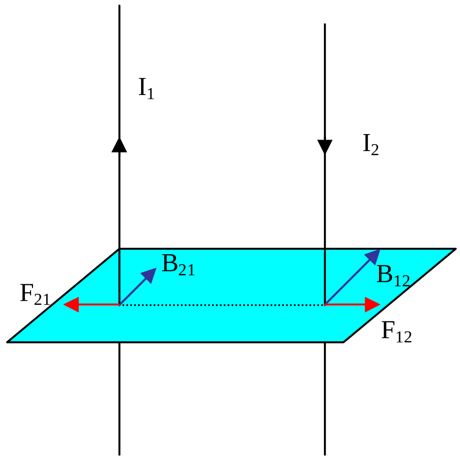
E11 El módulo del campo magnético que produce cada conductor donde se halla el otro vale:

$$B_{12}=B_{21}=\mu_0\frac{I}{2\pi R}=4\pi.10^{-7}\,\frac{5}{2\pi 0{,}1}=10^{-5}\,T$$

El módulo de la fuerza sobre el tramo de conductor vale:

$$F=IlB\,sen\,90^{o}=5\cdot 0{,}5\cdot 10^{-5}\,N=2{,}5.10^{-5}\,N$$

a) Cando las corrientes van el mismo sentido la fuerza es atractiva. Por el contrario, si van en sentidos opuestos es repulsiva.



E12 Si los hilos se atraen el sentido de la corriente es el mismo en los dos hilos conductores.

El módulo de la fuerza por unidad de longitud vale:

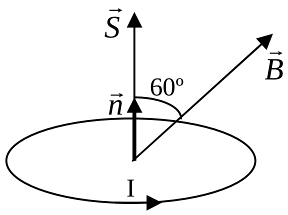
$$\frac{F}{l} = I_2 B_{12} = I_2 \mu_o \frac{I_1}{2\pi R}; \qquad I_2 = \frac{F}{l}\frac{2\pi R}{\mu_o I_1}$$

$$I_2 = 10^{-4}\frac{N}{m}\frac{2\pi \cdot 1m}{4\pi.10^{-7}\frac{T\cdot m}{A}5A} = 100\,A$$

E13 El momento magnético de las 10 espiras paralelas vale

$$\vec{m} = NI\vec{S} = 10 \cdot 1A \cdot \pi \left(5.10^{-2} m\right)^2 \vec{n} = 78,5.10^{-3}\,\vec{n}\;\; A\,m^2$$

Donde $\vec{n}$ es un vector unitario perpendicular a la espira y definido de acuerdo con la regla de la mano derecha, en función del sentido de la corriente.



El par mecánico que actúa sobre la espira vale $\vec{M} = \vec{m} \wedge \vec{B}$ y su módulo:

$$\left|\vec{M}\right| = \left|\vec{m}\right|\left|\vec{B}\right| sen\,\alpha = 78,5.10^{-3}\,A\cdot m^2 \cdot 0,5T\; sen\;60 = 34.10^{-3}\,N\cdot m$$

SOLUCIONES A LOS PROBLEMAS

P1 Al entrar los dos iones con velocidades perpendiculares al campo magnético reciben una fuerza perpendicular $\left|\vec{F}\right| = q\left|\vec{v}\right|\left|\vec{B}\right| sen 90$ que hace de centrípeta $m\left|\vec{v}\right|^2 / R$.

Al ser las masas de los iones distintas describirán circunferencias de distinto radio.

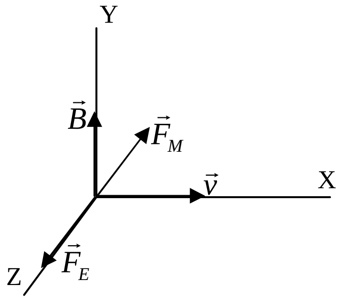
$$R_1 = \frac{m_1 v}{qB}; \qquad R_2 = \frac{m_2 v}{qB}$$

La relación entre los radios es: $\frac{R_1}{R_2} = \frac{m_1}{m_2}$

La relación entre los periodos: $T_1 = \frac{2\pi R_1}{v}; \qquad T_2 = \frac{2\pi R_2}{v}; \qquad \frac{T_1}{T_2} = \frac{R_1}{R_2} = \frac{m_1}{m_2}$

P2 a) Se determina la velocidad adquirida por los electrones:

$$qV = \frac{1}{2} m v^2 \, ; \qquad v = \sqrt{\frac{2\left|-1,6.10^{-19} C\right| \cdot 500V}{9,1.10^{-31}\, kg}} = 13,26.10^6 \, \frac{m}{s} \, ; \qquad \vec{v} = 13,26.10^6 \, \vec{i} \; m/s$$



Al entrar en el campo la magnitud de la fuerza es:

$$\vec{F}_M = -1,6.10^{-19} \cdot 13,26.10^6 \vec{i} \wedge 2\vec{j} \; N$$

Al actuar la fuerza magnética como centrípeta:

$$R = \frac{m\,v}{qB} = \frac{9,1 \cdot 10^{-31} kg \cdot 13,26.10^6 \, m/s}{\left|-1,6.10^{-19} C\right| 2T} = 3,8.10^{-5} m$$

$$T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi \cdot 3,8.10^{-5} m}{13,26.10^6 m/s} = 1,8.10^{-11} \, s$$

b) Como se observa en la figura el campo eléctrico $\vec{E}$ que habría que aplicar, debería ejercer sobre el electrón para que no se desviara, una fuerza $\vec{F}_E$ situada sobre el eje Z, y de módulo igual a la que ejerce el campo magnético $\vec{F}_M$.

$$q \cdot \vec{E} = -\left[q\vec{v} \wedge \vec{B} \right] ; \qquad \vec{E} = -\vec{v} \wedge \vec{B} \qquad ;$$

$$\vec{E} = -13,26.10^6 \vec{i} \wedge 2\vec{j} \; \frac{N}{C} = -25,52.10^6 \; \vec{k} \; \frac{N}{C} \qquad .$$

P3 Consideremos dos circuitos, cada uno de los cuales fuera una circunferencia completa en los que las corrientes circulan en sentido contrario.

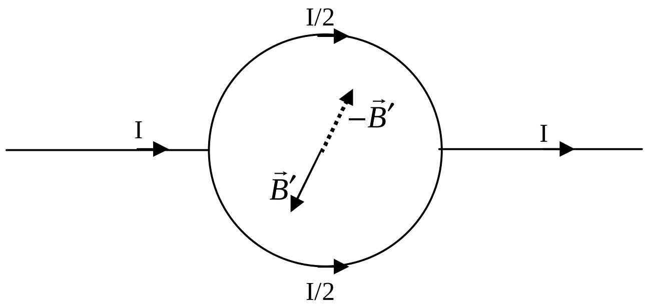
Los campos magnéticos en el centro de cada espira son vectores de sentidos contrarios, sin embargo sus módulo tienen el mismo valor

$$\left|\vec{B}\right| = \left|-\vec{B}\right| = \frac{\mu_o I}{2R}$$

Si consideramos ahora que tenemos como conductores media circunferencia, por razones de simetría y sin necesidad de entrar en cálculos matemáticos más complejos, el campo en el centro valdrá necesariamente la mitad del valor anterior.

$$\left|\vec{B}'\right| = \left|-\vec{B}'\right| = \frac{1}{2}\frac{\mu_o I}{2R} = \frac{\mu_o I}{4R}$$

Regresando a la configuración original:



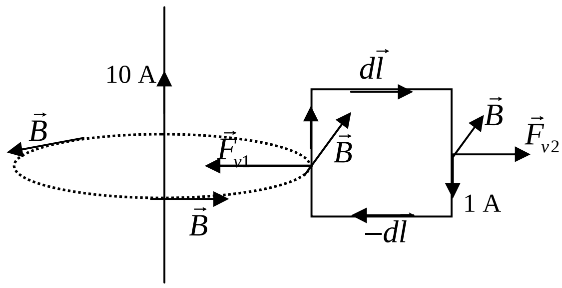
El campo magnético creado en el centro por cada elemento de corriente vale $\dfrac{\mu_0 I}{4R}$

Como los dos campos son de sentidos opuestos, aplicando el principio de superposición el campo resultante vale:

$$\vec{B} = \vec{B}' + \left(-\vec{B}'\right) = \frac{\mu_0 I}{4R}\vec{n} - \frac{\mu_0 I}{4R}\vec{n} = 0$$

P4 La corriente del hilo recto por el que circulan *10 A,* crea un campo magnético cuyas líneas de campo son perpendiculares al plano del cuadrado y entrantes.

Sobre los lados horizontales del cuadrado, la corriente es la misma pero circula en sentidos contrario, de modos que los vectores longitud, que como sabemos van en el sentido de la corriente serán respectivamente $d\vec{l}$ y $-d\vec{l}$ y tenemos que tomar elementos diferenciales porque el campo magnético del conductor recto vale $B = \mu_o \dfrac{I}{2\pi r}$ y por lo tanto depende de la distancia r al conductor.



En consecuencia las fuerzas sobre los tramos horizontales son:

$$\vec{F}_{arriba} = I\int d\vec{l} \wedge \vec{B}; \qquad \vec{F}_{abajo} = I\int -d\vec{l} \wedge \vec{B} = -I\int d\vec{l} \wedge \vec{B}$$

Y la fuerza total sobre estos dos tramos se observa que al sumarla es cero.

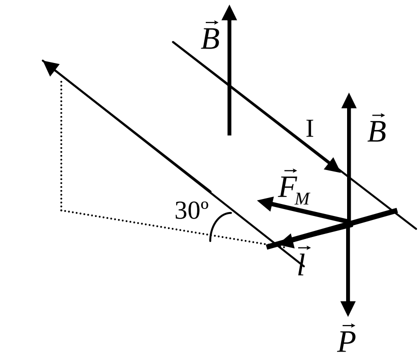
Sobre el lado vertical más próximo al hilo, la fuerza es de atracción $\vec{F}_{v1}$ y sobre el más alejado de repulsión $\vec{F}_{v2}$. Para calcular la fuerza neta total, hay que sumar dos fuerzas de la misma dirección y de sentidos contrario, por lo que el módulo de la fuerza resultante se determina mediante la diferencia de los módulos: $\left|\vec{F}\right| = \left|\vec{F}_{v1}\right| - \left|\vec{F}_{v2}\right|$

$$\left|\vec{F}\right| = I_2 l B_1 - I_2 l B_2 = I_2 l \mu_o \frac{I_1}{2\pi R} - I_2 l \mu_o \frac{I_1}{2\pi\left(R+l\right)};$$ Con: $I_2 = 1\ A$; $I_1 = 10\ A$; $l = 1\ m$

$$\left|\vec{F}\right| = \frac{I_2 l \mu_o I_1}{2\pi}{}_1\left[\frac{1}{R} - \frac{1}{R+l}\right] = \frac{1\cdot 0{,}1\cdot 4\pi .10^{-7}\ 10}{2\pi}\left[\frac{1}{0{,}1} - \frac{1}{0{,}1+0{,}1}\right] = 10^{-6}\ N$$

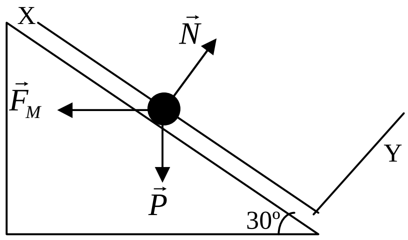
La fuerza que hace el cuadrado sobre el hilo es igual y contraria (3ª le de Newton).

P5



a)La intensidad debe girar como en la figura para que la fuerza magnética $\vec{F}_M = I\vec{l} \wedge \vec{B}$ sobre la barra, pueda hacerla deslizar hacia arriba.

De perfil las fuerzas están como en la otra figura:



b) Si tomamos unos ejes como los de esta figura, para que la barra quede en equilibrio la suma de las fuerzas según los dos ejes debe ser igual a cero.

Recordando que los módulos de las fuerzas valen:

$F_M = IlB$; $P = mg$; $N = P \cos 30 + F_M \operatorname{sen} 30$

De las condiciones de equilibrio:

$F_M \cos 30 - P\ sen 30 = 0$; $IlB \cos 30 = mg\ sen\ 30$;

$$B = \frac{mg}{Il} tg\, 30 = \frac{6.10^{-3} kg \cdot 9{,}8 m/s^2}{2A \cdot 0{,}12 m} tg\, 30 = 0{,}14 T$$

P6 El tiempo que emplea el electrón en dar una vuelta es el periodo

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{6{,}8.10^{15} Hz} = 1{,}46.10^{-16} s$$

La intensidad de la corriente: $I = \frac{Q}{t} = \frac{1{,}6.10^{-19} C}{1{,}47.10^{-16} s} = 1{,}1.10^{-3}\ A$

Considerando el movimiento del electrón como si fuera una espira de corriente. El campo en centro vale:

$$\left|\vec{B}\right| = \frac{\mu_o I}{2R} = \frac{4\pi.10^{-7}\,\frac{T\cdot m}{A}\cdot 1{,}1.10^{-3}\,A}{2\cdot 5{,}1.10^{-11}\,m} = 13{,}4\,T$$

P7 Aplicaremos la ecuación del momento mecánico sobre una espira con corriente alojada en un campo magnético $\vec{M} = \vec{m} \times \vec{B}$.

Calculemos el vector superficie para hallar después el momento magnético $\vec{m}$. De la figura se deduce:

$$\vec{S} = \vec{a} \wedge \vec{b} = -a\vec{k} \wedge \left(b\,sen\,\theta\,\vec{i} + b\cos\theta\,\vec{j}\right) = -ab\,sen\,\theta\,\vec{j} + ab\cos\theta\,\vec{i} = ab\left(\cos\theta\,\vec{i} - sen\,\theta\,\vec{j}\right)$$

El momento magnético vale:

$$\vec{m} = I\cdot\vec{S} = I\cdot a\cdot b\,(\cos\theta\,\vec{i} - \mathrm{sen}\,\theta\,\vec{j}) = 5\cdot 0{,}10\cdot 0{,}15\,(\cos 30\,\vec{i} - \mathrm{sen}\,30\,\vec{j}) = 0{,}065\vec{i} - 0{,}038\vec{j} \quad A.m^2$$

El momento mecánico $\vec{M} = \vec{m} \wedge \vec{B} = \left[0{,}065\vec{i} - 0{,}038\vec{j}\right] \wedge 0{,}5\vec{j} = 0{,}0325\vec{k}\ \ N\cdot m$