Fenómenos de inducción electromagnética

Los físicos de comienzos del siglo XIX conocían como las corrientes eléctricas, (impulsadas y generadas por campos eléctricos), producían campos magnéticos, ahora bien, sería posible el fenómeno inverso, que permitiría generar corrientes eléctricas con imanes.

Faraday (1791-1867) Entre sus numerosas contribuciones científicas figuran las que realizó a partir de 1830, que le permitieron descubrir la inducción electromagnética y el generador eléctrico.

Observaciones experimentales

Cuando accionas un interruptor de luz, o desenchufas un aparato eléctrico, algunas veces se observa un pequeño *chispazo*. Antes de desconectar la corriente, ésta produce un campo magnético entorno al hilo conductor que la transporta. Cuando sacas la clavija, la corriente cesa repentinamente y su campo magnético se interrumpe. Este campo magnético cambiante induce una fuerza electromotriz muy intensa que trata de mantener la corriente eléctrica original, produciéndose entonces el pequeño arco eléctrico entre los contactos en el interior de la toma de corriente.

Si situamos un hilo conductor como en la fig.8.1 con sus extremos conectados a un galvanómetro para detectar el paso de corriente y justo debajo del cable y perpendicular a él se sitúa un imán. Cuando el imán y el cable están en reposo el galvanómetro no detecta ningún paso de corriente.

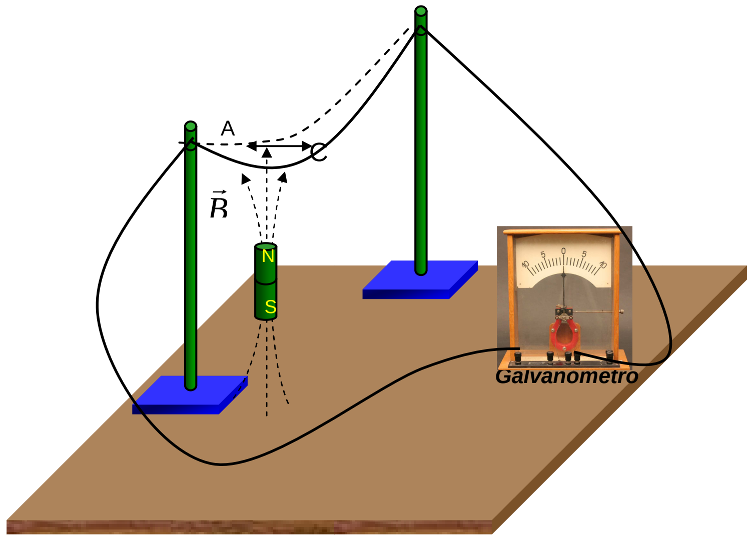


Fig. 8.1. Conductor en un campo magnético variable

Joseph Henry (1797-1878) Físico americano, en los mismos años que Faraday y de modo independiente, descubrió también la inducción electromagnética y el fenómeno de la autoinducción, como así mismo el motor eléctrico

Sin embargo, el aparato empieza a detectar un paso de corriente cuando se efectúan algunas de las operaciones siguientes:

- Mover el cable transversalmente frente al campo magnético $\vec{B}$ del imán, haciéndolo oscilar entre A y C.

- Dejar quieto el alambre y mover el imán frente a él.

De donde concluimos, que tiene el mismo efecto para que el galvanómetro acuse un paso de corriente, que haya movimiento del imán bajo el alambre, que mover el alambre sobre el imán mientras éste permanece quieto.

Un segundo experimento consiste en producir el campo magnético mediante una corriente eléctrica I, para lo que disponemos de una bobina conectada a una batería y a una resistencia variable R , que permita variar la intensidad de la corriente. El dispositivo se sitúa frente a una espira conectada a un galvanómetro, fig.8.2.

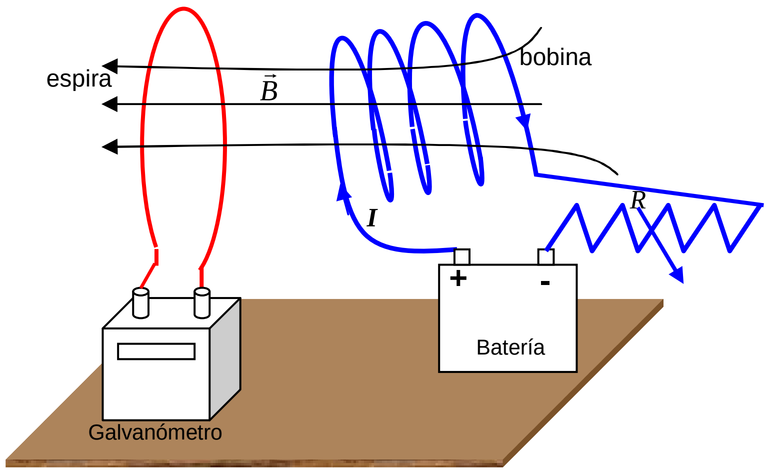


Fig. 8.2. Espira en un campo magnético variable

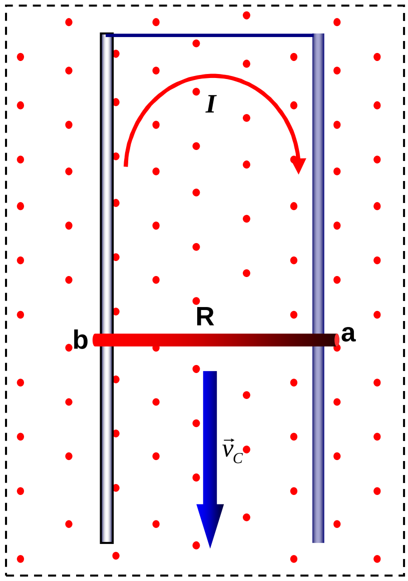


Fig. 8.3. La barra ab se desplaza con velocidad $\vec{v}_C$ en el sentido indicado en la figura.

Se observa que el galvanómetro detecta paso de corriente cuando:

- Movemos la espira conectada al galvanómetro.
- Dejamos fija la espira y movemos la bobina conectada a la batería.
- Se dejan inmóviles la espira y la bobina, pero se varía la intensidad de la corriente mediante la resistencia variable R.

Resumiendo, se inducen corrientes eléctricas en una espira: siempre que se mueva en el seno de un campo magnético, se mueve la fuente del campo magnético respecto de la espira, o bien, esté atravesada por un campo magnético que varía con el tiempo.

La causa de la corriente inducida *es una fuerza electromotriz inducida* que aparece en la espira conductora y que proporciona energía a los electrones de conducción, para que se muevan por el circuito.

Fuerza electromotriz inducida en una barra en movimiento

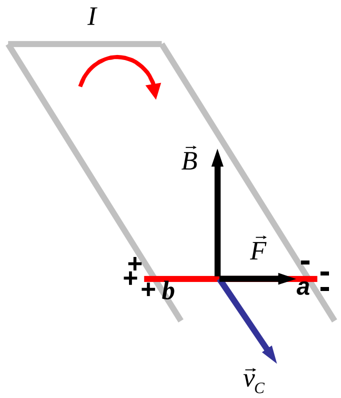


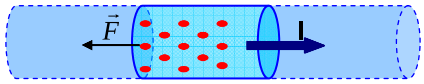
Fig.8.4. Observa como la fuerza sobre los electrones de la barra ab, los desplaza al extremo a haciéndolo negativo, quedando el extremo b cargado positivamente. Como consecuencia por el circuito hay una corriente I, en el sentido indicado.
La causa capaz de provocar y mantener la corriente inducida, se llama fuerza electromotriz inducida $\mathcal{E}$.

Consideremos el dispositivo de la fig.8.3 formado por dos barras conductoras paralelas unidas por un extremo y situadas en un campo magnético uniforme $\vec{B}$ perpendicular al papel y saliente. Sobre ellas deslizamos un tramo ab de conductor de longitud L, con velocidad constante $\vec{v}_C$ en el sentido indicado. Los electrones libres del conductor de carga $-e$, se mueven con él, y en consecuencia aparecerá una fuerza debida a éste movimiento. En la fig.8.4. se muestra con su dirección y sentido, siendo su valor.

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B} = -e\vec{v}_C \times \vec{B}$$

La fuerza que actúa sobre los electrones, los empuja a lo largo del conductor de modo análogo a como lo haría un campo eléctrico, con una fuerza de valor $\vec{F} = -e\,\vec{E}$. A todos los efectos, es como si existiera en el conductor un campo eléctrico de valor $\vec{v}_c \wedge \vec{B}$ (compara las dos expresiones de la fuerza), siendo su módulo:

$$\left|\vec{v}_C \times \vec{B}\right| = \left|\vec{v}_C\right|\left|\vec{B}\right| sen 90^{o} = v_C\,B$$



Los electrones se mueven en sentido contrario al de la intensidad de la corriente *I.* debido a una fuerza $\vec{F}$ de sentido opuesto a la misma.

Este campo establecerá en los extremos de la barra una d.d.p., igual al producto del valor del campo por la distancia, que no es otra que la longitud de la barra, es decir, $v_c B\,L$. La nueva magnitud la designaremos como fuerza electromotriz inducida *(fem)* debida al movimiento.

$$\varepsilon_{ind} = v_C\,B\,L \qquad [8.1]$$

Su unidad en S.I. es el voltio, *V.*

Teniendo en cuenta el carácter vectorial del campo magnético y de la velocidad, además, para tomar en consideración el sentido de la corriente en el circuito, resulta necesario representar a la barra por un vector $\vec{L}$, de módulo su longitud, dirección la de la barra y sentido el de la intensidad de la corriente, fig. 8.5. Expresamos [8.1] vectorialmente.

$$\varepsilon = \left(\vec{v}_C \times \vec{B}\right)\cdot\vec{L} \qquad [8.2]$$

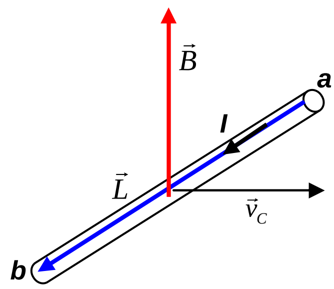


Fig.8.5. El vector $\vec{L}$ tiene la dirección y el sentido de la intensidad *I,* que por la barra va desde *a* hasta *b.*

Para resolver [8.2] de modo sencillo, basta recordar la definición del producto escalar, como el producto del módulo de cada uno de los vectores $\left|\vec{v}_C \times \vec{B}\right|$ y $\left|\vec{L}\right|$ por el coseno del ángulo que forman:

$$\varepsilon = \left(\vec{v}_C \times \vec{B}\right)\cdot\vec{L} = \left|\vec{v}_C \times \vec{B}\right|\left|\vec{L}\right| \cos\alpha$$

Siendo α es el ángulo formado por los vectores $\vec{v}_C \times \vec{B}$ y $\vec{L}$, ver fig.8.6. que en este caso es de 0º.

Con anterioridad se debe determinar la dirección y el sentido del producto vectorial $\vec{v}_C \times \vec{B}$, ver fig.8.6 y su módulo:

$$\left|\vec{v}_C \times \vec{B}\right| = v_C\,B\,sen\,\theta$$

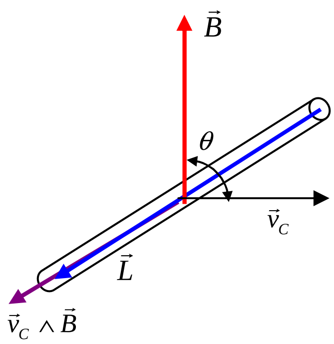


Fig.8.6. Determinación del producto vectorial de los vectores $\vec{v}_C \times \vec{B}$ y de su producto escalar por $\vec{L}$

Donde θ el ángulo que forman los vectores $\vec{v}_C$ y $\vec{B}$, que en la fig.8.6, es de 90º.

Una vez que se ha determinado la *fem* inducida se calcula la intensidad de la corriente mediante la ley de Ohm.

$$I = \frac{\varepsilon}{R} \qquad [8.3]$$

Cuando resolvamos un problema desconoceremos en general el sentido de la intensidad, por lo que le se le asignará uno, de entre los dos posibles, si al final, la intensidad sale negativa, es que habíamos elegido para la corriente el sentido contrario al verdadero.

Oposición al movimiento

Cuando tiramos de la barra conductora, para moverla con una cierta velocidad en el seno del campo magnético, por la barra circula una corriente eléctrica y de la ecuación [7.6] sabemos que el campo magnético ejerce una fuerza sobre ella, fig.8.7.

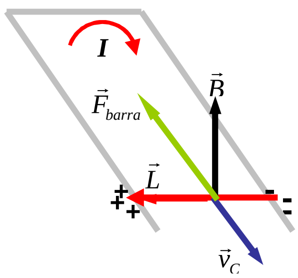


Fig.8.7. La corriente I circula por el interior de la barra desde el extremo negativo a al positivo, y en ese sentido hay que tomar al vector $\vec{L}$. La fuerza que actúa sobre el conjunto de la barra es de sentido contrario al vector velocidad $\vec{v}_C$

$$\vec{F}_{barra} = I\,\vec{L} \times \vec{B}$$

Al efectuar el producto vectorial, encontramos que la dirección de la fuerza, $\vec{F}_{barra}$ es perpendicular a $\vec{L}$ y $\vec{B}$, siendo su sentido opuesto al vector velocidad $\vec{v}_C$ de la barra. Como resultado, la barra es frenada durante su movimiento en el campo magnético y si queremos que siga moviéndose, será necesario aplicarle una fuerza exterior de sentido contrario, que efectúe un trabajo en contra del realizado por ésta fuerza magnética.

Téngase en cuenta, que además de la fuerza magnética señalada, también actúa otra sobre los electrones. en la dirección de la barra.

1.4 Ley de Ohm generalizada

Si en el circuito del que forma parte la barra ab, se encuentra también un generador de fuerza electromotriz ε, fig.8.8, una vez que se alcance un estado estacionario y de acuerdo con el principio de conservación de la energía, la potencia desarrollada por el generador $P = \varepsilon \cdot I$; más la producida por la f.e.m. inducida, $P^* = \varepsilon_{ind} \cdot I$; debe disiparse en la resistencia del circuito por efecto Joule RI^2.

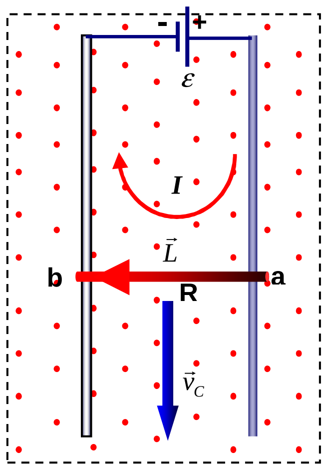


Fig.8.8 La pila de fuerza electromotriz ε, determina el sentido de la corriente en el circuito, ya que sale de su polo positivo.

$$\varepsilon \cdot I + \varepsilon_{ind} \cdot I = R \cdot I^2 \; ; \qquad \varepsilon + \left(\vec{v}_C \times \vec{B}\right) \vec{L} = R \;\; I$$

$$I = \frac{\varepsilon + \left(\vec{v}_C \times \vec{B}\right) \cdot \vec{L}}{R} \qquad [8.4]$$

La barra ab de la fig.8.8 tiene 60 cm de longitud y 2 Ω de resistencia. Se mueve con velocidad de 4 m/s en un campo magnético de 1 T, perpendicular a la barra y hacia fuera de la página. Determina el sentido de la intensidad de corriente y su valor si la fuerza electromotriz de la pila es de 9 V.

La corriente sale de la pila por su polo positivo, de modo que el sentido asignado a la intensidad I, es el de la fig.8.8. En la fig.8.9 se representan todos los vectores y el producto vectorial $\vec{v}_C \times \vec{B}$.

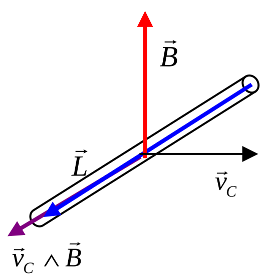


Fig.8.9. Representación espacial de los vectores y del producto vectorial.

El módulo del producto vectorial es: $\left|\vec{v}_c \times \vec{B}\right| = \left|\vec{v}_c\right|\left|\vec{B}\right| sen\,90 = \left|\vec{v}_c\right|\left|\vec{B}\right|$

$$\varepsilon = \left(\vec{v}_c \times \vec{B}\right) \cdot \vec{L} = \left|\vec{v}_c \times \vec{B}\right| \cdot \left|\vec{L}\right| \; cos\,0 \; = \left|\vec{v}_c \times \vec{B}\right| \cdot \left|\vec{L}\right| = \left|\vec{v}_C\right|\left|\vec{B}\right|\left|\vec{L}\right|$$

$$\varepsilon = \left|\vec{v}_c\right|\left|\vec{B}\right|\left|\vec{L}\right| = 4 \cdot 1 \cdot 0{,}6 = 2{,}4\,V$$

La corriente en el circuito: $I = \dfrac{\varepsilon + \left(\vec{v}_C \times \vec{B}\right) \cdot \vec{L}}{R} = \dfrac{9V + 2{,}4V}{2\Omega} = 5{,}7\,A$

El signo positivo de la intensidad, indica que la corriente va por el circuito en el sentido elegido.

Flujo magnético

Se define el flujo del campo magnético de igual modo que el del campo eléctrico. Consideremos un elemento de superficie y $d\vec{A}$ un vector perpendicular al mismo, tomado en el sentido de la Fig. 8.10. Se define el flujo magnético elemental $d\phi_m$, para el sentido escogido de $d\vec{A}$, como el producto escalar de los vectores $\vec{B}$ y $d\vec{A}$.

$$d\phi_m = \vec{B} \cdot d\vec{A}$$

El flujo magnético que atraviesa toda la superficie, es la suma de los flujos elementales, que se calcula mediante una integral.

$$\phi_m = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{A} = \int_S B dA \cos\theta \qquad [8.5]$$

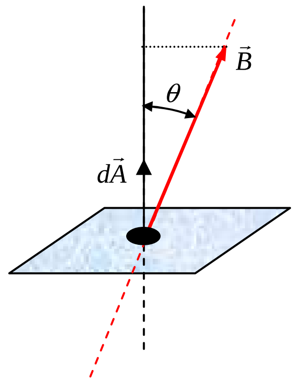


Fig. 8.10. Flujo magnético a través de un elemento de superficie.

Hay que hacer la observación de qué cuando calculamos el flujo, hay dos posibles elecciones para el vector superficie $d\vec{A}$, un sentido o el contrario, (en la fig.8.10 se elige hacia arriba, pero podría haberse tomado hacia abajo). Por lo tanto siempre habrá que especificar cual de los dos sentidos es el escogido.

Si la superficie es plana, con área A y el campo magnético $\vec{B}$ es constante en módulo, dirección y sentido sobre la superficie, y forma un ángulo θ con el vector perpendicular $\vec{A}$, el flujo magnético es:

$$\phi_m = B \cdot A \cdot \cos\theta \ , \qquad [8.6]$$

La unidad de flujo magnético en el S.I. es el Weber (Wb). Es el flujo producido por un campo magnético de 1 Tesla, al atravesar normalmente a una superficie de 1 m^2

1 Wb = 1 T · m^2

Flujo magnético producido por una barra en movimiento

Veamos cuanto vale el flujo magnético que atraviesa un circuito, por el que se mueve una barra conductora de longitud L, en el seno de un campo magnético constante $\vec{B}$, fig.8.11, que tomamos perpendicular y entrante por la parte superior del plano.

Establecemos como criterio, para la determinación del flujo de $\vec{B}$. *la aplicación de la regla de la mano derecha:* Se toma el vector superficie $\vec{A}$, en el sentido que indica el dedo pulgar de la mano derecha, cuando se elige para la intensidad de la corriente I, el sentido de circulación indicado por el resto de los dedos, fig.8.11.

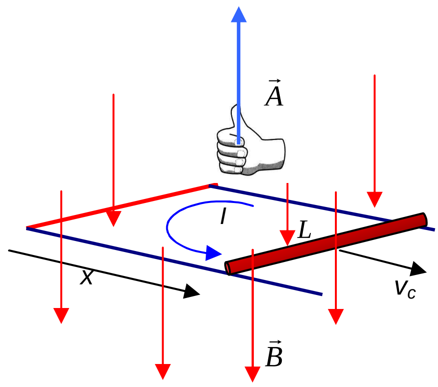


Fig. 8.11. *Regla de la mano derecha aplicada al flujo*. Al situar la mano derecha como aparece en la figura, asignamos a la intensidad el sentido señalado por los dedos de la mano derecha y al vector superficie $\vec{A}$, el indicado por el pulgar.

Si es x la distancia avanzada por la barra en un tiempo *t,* el valor del área recorrida es $A = L{\cdot}x$ y el flujo según [8.6] vale:

$$\phi_m = B{\cdot}A{\cdot}\cos 180 = - \ B{\cdot}A = -B\,L\,x \ .$$

Para ver su variación respecto del tiempo, la derivamos y teniendo en cuenta que $dx/dt = v_c$, es la velocidad de la barra se obtiene:

$$\frac{d\Phi_m}{dt} = -B{\cdot}L{\cdot}\frac{dx}{dt} = -B{\cdot}L{\cdot}v_c = -\varepsilon_{ind} \ ; \qquad \varepsilon_{ind} = -\frac{d\Phi_m}{dt} \qquad [8.7]$$

Donde $B{\cdot}L{\cdot}v_c = \varepsilon_{ind}$ es la fuerza electromotriz inducida debida al movimiento de la barra. *La fem inducida es igual a menos la rapidez de variación del flujo magnético a través del circuito*.

Valor medio de la fem inducida

Cuando el flujo magnético varía entre dos valores determinados ϕ_0 y ϕ_F durante un intervalo de tiempo Δt. Se define el valor medio de la fuerza electromotriz inducida, como el cociente cambiado de signo, entre la variación del flujo magnético, $\Delta\Phi_m$, y el intervalo de tiempo que tarda en producirse $\Delta t = t - t_0$

$$\left(\varepsilon_{ind}\right)_{med} = -\frac{\Delta\Phi_m}{\Delta t} = -\frac{\phi_F - \phi_0}{t - t_0} \qquad [8.8]$$

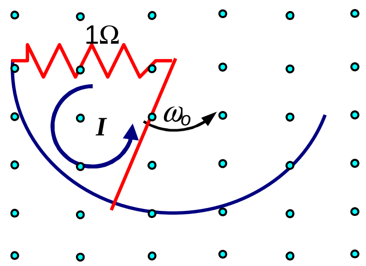


Fig.8.12. Al elegir para lo corriente ***I***, el sentido señalado en el dibujo, la aplicación de la regla de la mano derecha determina que el vector superficie $\vec{A}$ sea perpendicular al papel y saliente. De acuerdo con esto, los vectores campo magnético $\vec{B}$ y $\vec{A}$, (no representados en la figura) tienen igual dirección y sentido, formando entre sí un ángulo de 0º.

Calcula la intensidad de corriente que se genera en el circuito de la fig.8.12, cuya resistencia es de 1 Ω, al girar la barra conductora móvil, con velocidad angular constante de $\omega_o = 2 rad.s^{-1}$ *en un campo magnético de 0,2 T perpendicular al papel y dirigido hacia el lector. El área barrida por la barra vale* $A = \frac{1}{2} s \cdot r$ *donde s es la longitud del arco y r es el radio.*

Se elige para la intensidad un cierto sentido, tomemos el señalado en la fig.8.12, contrario a las agujas del reloj. Después se determina con la regla de la mano derecha la dirección y el sentido del vector superficie $\vec{A}$ que será perpendicular al papel y saliente.

(**Queremos remarcar** que habría valido igualmente, asignar a la corriente el mismo sentido de las agujas del reloj, pero en ese caso la regla de la mano derecha señalaría al vector superficie en una dirección perpendicular al papel pero con sentido entrante, por la cara que estamos viendo, es decir, contrario al actual).

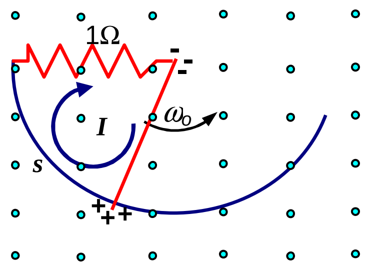


Fig.8.13. El sentido real de la corriente es el indicado en el dibujo.

El movimiento de la barra es circular uniforme de modo que $\theta = \omega_o \cdot t$ y el módulo del vector superficie es $A = \frac{1}{2} s \cdot r = \frac{1}{2}(\theta \cdot r) \cdot r = \frac{1}{2} \theta \cdot r^2$

$$A = \frac{\omega_o \cdot r^2}{2} t$$

El flujo vale de la ecuación [8.6]: $\Phi_m = B \cdot A \cdot \cos 0 = B \frac{\omega_o \cdot r^2}{2} t$

La *fem inducida:* $\varepsilon = -\frac{d\Phi_m}{dt} = -\frac{d}{dt}\left[B \frac{\omega_o \cdot r^2}{2} t\right]$

$$\varepsilon = -B \frac{\omega_o \cdot r^2}{2} = -\ 0{,}2\ \frac{2 \cdot 1^2}{2} = -\ 0{,}2\ \ V$$

La intensidad de la corriente: $I = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{-0{,}2\,V}{1\,\Omega} = -0{,}2\,A$

La intensidad que recorre el circuito es el valor absoluto de $|I| = 0{,}2\ \ A$, y su sentido es el contrario al elegido en el dibujo, tal como nos dice el signo negativo obtenido para la intensidad. La barra actúa como un generador con su polo positivo sobre la circunferencia y el negativo en el centro, de modo que la corriente circula por fuera del tramo recto de la barra, en sentido contrario al propuesto inicialmente, fig.8.13.

Una barra de longitud $l = 2m$, se desplaza en un circuito de $R = 2\ \Omega$, con v_c =4 m/s, en una dirección perpendicular a un campo magnético B = 0,5 T, fig.8.14. Determina la fem inducida, la corriente y su sentido de circulación.

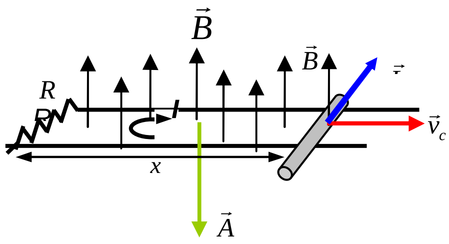


Fig.8.14. Asignamos a la corriente I el sentido de las agujas del reloj, lo que determina que el vector superficie esté según la figura.

Tomando para la corriente el sentido de las agujas del reloj, la regla de la mano derecha determina que el vector superficie $\vec{A}$ tenga sentido contrario al del campo magnético $\vec{B}$, fig.8.14. Como la barra se desplaza don velocidad constante v_c, el área tiene de módulo $A = L \cdot x = L \cdot v_c \cdot t$

El flujo: $\phi_m = B \cdot A \cdot \cos\theta = B\,L\,v_c t \cos 180^\circ = -B\,L\,v_c t$

La fuerza electromotriz: $\varepsilon = -\dfrac{d}{dt}\left[-B\,L\,v_c t\right] = BLv_c = 0{,}5 \cdot 2 \cdot 4 = 4V$

La intensidad de la corriente: $I = \dfrac{\varepsilon}{R} = \dfrac{4V}{2\,\Omega} = 2\,A$; *(positiva)*

La corriente circula en el mismo sentido del elegido arbitrariamente.