6.2 Conductores.

6.2.1 MATERIALES CONDUCTORES.

En general, los materiales son eléctricamente neutros, es decir sus átomos contienen tantas cargas positivas en el núcleo, como electrones en la corteza, sin embargo, en los metales los electrones pueden tener movilidad dentro de la red cristalina. En lo que respecta al comportamiento eléctrico, los materiales pueden dividirse en dos categorías: *conductores y aislantes* o *dieléctricos.* Un conductor metálico es un sólido que contiene electrones libres, llamados electrones de conducción, que pueden desplazarse en el interior de la materia, pero no pueden dejar la superficie En un metal existen muchos electrones de conducción y un campo eléctrico puede poner en movimiento a gran parte de ellos, sin embargo esta corriente de electrones que se genera, necesita para mantenerse una fuente externa de energía, como por ejemplo una pila. Si no existiese esa fuente de energía externa, o si se desconecta, tras un breve período de tiempo en el que se disipa la energía, las corrientes desaparecen y el conductor alcanza el equilibrio. Este es el estado que se considera en la electrostática, ***el análisis de conductores en equilibrio,*** fig.6.23. *Los conductores tienen cargas, pero las cargas están quietas.*

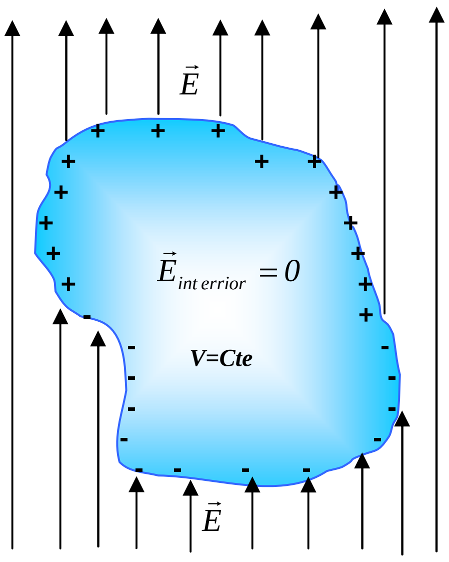

Fig.6.23
En algunas situaciones, en la superficie de un conductor puede haber zonas con carga positiva y otras con carga negativa. Por ejemplo, imagínate un conductor en el seno de un campo eléctrico $\vec{E}$. La carga eléctrica del conductor se distribuye en la superficie, de forma que el campo eléctrico en su interior sea nulo y el potencial constante.

6.2.2 CAMPO ELÉCTRICO Y POTENCIAL DE UN CONDUCTOR.

El campo eléctrico dentro de un conductor en equilibrio (dentro del metal) debe ser nulo o de lo contrario el campo forzaría el movimiento de los electrones de conducción; la única solución electrostática posible es que el campo sea cero en todo punto del interior del conductor

$$\left[\vec{E}\right]_{int} = 0 \qquad (6.30)$$

El interior de un conductor en equilibrio, fig.6.23, debe ser una región a potencial constante, es decir V no puede variar de un punto a otro al ser $\vec{E} = 0$, y también su superficie estará al mismo potencial que el interior.

$$\left[V\right]_{cond} = cte \qquad (6.31)$$

Dentro de un conductor cargado en equilibrio, fig.6.24, aplicando la ley de Gauss a superficies gaussianas, que encierren un volumen muy pequeño, la densidad cúbica de carga ha de ser nula en su interior, para no crear un campo eléctrico. Por lo tanto, las cargas de un conductor cargado en equilibrio se encuentran todas en la superficie del conductor, en realidad en una región, cuyo espesor es del orden de un diámetro atómico. Prácticamente podemos considerarlas en la superficie, con una densidad superficial σ_e .

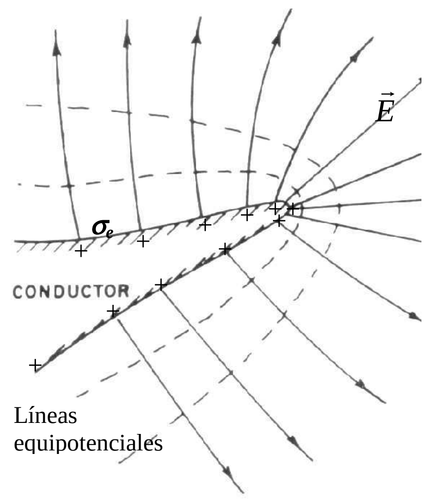

Fig.6.24. En las puntas, la densidad de carga σ_e no es uniforme, entonces, en el exterior del conductor las líneas de fuerza del campo eléctrico y las superficies equipotenciales, están más apretadas.

Si σ_e está uniformemente distribuida por la superficie del conductor, y A es su área, entonces la carga del conductor es $Q = \sigma_e \cdot A$. Si por el contrario σ_e es variable dentro de la superficie fig.6.24, entonces se verifica:

$$\text{Carga de un conductor} = Q = \int_A \sigma_e dA \qquad (6.32)$$

Encontrar la forma en la que se distribuyen las cargas sobre la superficie de un conductor es en general un problema muy complicado, ya que depende de la forma del propio conductor y la de los conductores que se hayan en su proximidad, sin embargo la densidad superficial de carga σ_e debe ser compatible con el hecho de que $\vec{E} = 0$ dentro del conductor, o dicho de otro modo: ***la carga σ_e debe apantallar el campo que todas las cargas situadas en la superficie del conductor o en otros conductores, crearían en el interior del mismo***.

El campo eléctrico inmediatamente fuera de la superficie de un conductor debe ser perpendicular a su superficie (recuérdese que ésta es equipotencial y $\vec{E}$ siempre es perpendicular a las superficies equipotenciales). Además, si hubiera componente tangencial del campo eléctrico, ésta haría moverse a los electrones de conducción, a lo largo de la superficie, y no estaría el conductor en equilibrio.

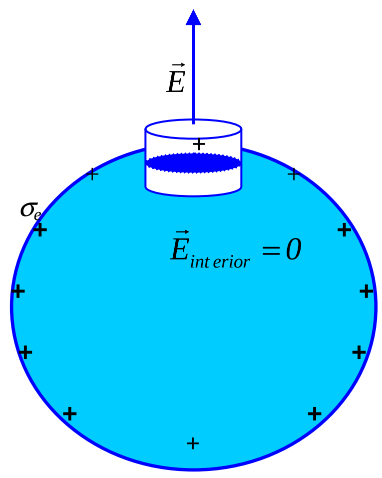

Fig.6.25
Aplicación de la ley de Gauss para hallar el campo $\vec{E}$, próximo al conductor en un conductor cargado en equilibrio.

Utilizando la ley de Gauss podemos relacionar el campo $\vec{E}$ inmediatamente fuera del conductor, con la densidad superficial de carga σ_e. Se toma de superficie gaussiana, fig.6.25, una pequeña caja cilíndrica de eje perpendicular a la superficie del conductor, que se encuentre mitad fuera y mitad dentro, de altura despreciable y sección transversal pequeña ΔS, para que la porción de superficie interceptada pueda considerarse plana. De la ley de Gauss, como solo hay flujo por el exterior,.

$$E \cdot \Delta S = \frac{Q}{\varepsilon_0} = \frac{\sigma_e \cdot \Delta S}{\varepsilon_0} \quad \Rightarrow \quad E = \frac{\sigma_e}{\varepsilon_0}, \qquad (6.33)$$

6.2.3 APLICACIONES.

- ***Esfera conductora cargada.***

Campo eléctrico

Supongamos una esfera conductora de radio *R* que tiene una carga *Q*. Las cargas se repartirán sobre la superficie del conductor, fig.6.26, de tal forma que el campo eléctrico sea nulo en su interior. Para un conductor esférico, debido a la simetría, esto se consigue con un reparto uniforme de la carga, con densidad superficial σ_0, verificándose:

$$Q = S \cdot \sigma_0 = 4\pi R^2 \sigma_0 \qquad (6.34)$$

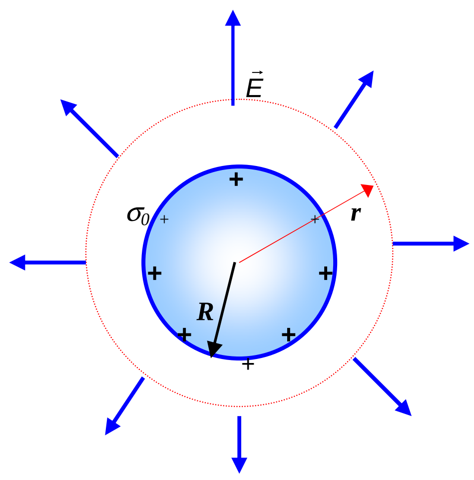

Fig.6.26

Aplicación de la ley de Gauss para determinar el campo en el exterior, de una esfera conductora cargada de radio ***R***. La superficie gaussiana es la esfera de radio ***r***

El campo eléctrico en el exterior del conductor, como es radial, resulta $\vec{E} = E\,\vec{u}_r$, y se determina aplicando la ley de Gauss a una superficie esférica concéntrica con el conductor, de radio r>R.

$$E \cdot S = E \cdot 4\pi r^2 = \frac{Q}{\varepsilon_0} \Rightarrow \qquad \vec{E} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{u}_r \qquad (6.35)$$

Potencial eléctrico

Nos situamos en un punto exterior, a una distancia *r* del centro, tal que sea $r \geq R$; que es el radio de la esfera; e integramos desde este punto hasta el infinito, a lo largo de una dirección radial. De la definición de potencial ec.(6.15) y teniendo en cuenta nuestros límites resulta:

$$V = \int_r^{\infty} \vec{E} \cdot \vec{u}_r\, dr = \int_r^{\infty} \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} dr = \left[\frac{-Q}{4\pi\varepsilon_0 r}\right]_r^{\infty} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r} \qquad (6.36)$$

Para determinar el potencial al que se encuentra el conductor esférico, hacemos en la expresión anterior (6.36) $r = R$, que es la distancia de la superficie del conductor a su centro y el radio *R* de la esfera.

$$\text{Potencial del conductor} = V_C = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R} \qquad (6.37)$$

Verifica, que una esfera conductora cargada con –1μC; y de 0,2 m de radio, se encuentra a un potencial de - 45 000 V.

- ***Planos conductores.***

Consideremos ahora dos placas metálicas, planas y paralelas separadas una distancia d y establezcamos una diferencia de potencial V_A -V_B entre las mismas, fig.6.27. Si la distancia d entre las placas es mucho menor que la longitud de las mismas, al ser cada una de ellas una superficie equipotencial, el campo eléctrico entre las placas será uniforme y perpendicular a ellas. Llevando el eje Z según la perpendicular a las placas, el campo eléctrico es $\vec{E} = E_0\,\vec{k}$; y teniendo en cuenta la definición de diferencia de potencial entre dos puntos *A* y *B*, ec. (6.18); tomando el punto *A* en la placa de abajo y el *B* en la de arriba resulta:

$$V_A - V_B = \int_{A=0}^{B=d} \vec{E}\cdot d\vec{r} = \int_0^d E_0\vec{k}\cdot dr\,\vec{k} = E_0\int_0^d dr = E_0\cdot d$$

Resultando para el valor desconocido del módulo del campo eléctrico E_0

$$E_0 = \frac{V_A - V_B}{d} \qquad (6.38)$$

Las densidades superficiales de carga en las placas, se deducen de la ec.(6.33) $E = \dfrac{\sigma_e}{\varepsilon_0}$ al igualarla con la ec.(6.38).

$$(\sigma_e)_{abajo} = \frac{(V_A - V_B)\cdot\varepsilon_0}{d}, \qquad (\sigma_e)_{ariba} = -\frac{(V_A - V_B)\varepsilon_0}{d} \qquad (6.39)$$

El signo menos de la segunda formula hay que introducirlo, debido a que el campo apunta hacia la placa de arriba y en consecuencia su densidad superficial de carga ha de ser negativa, mientras que en la placa inferior es positiva, fig.6.28. La carga eléctrica en la superficie del conductor de abajo, vale:

$$Q = (\sigma_e)_{abajo}\cdot A = \frac{\varepsilon_0\cdot A}{d}(V_A - V_B), \qquad (6.40)$$

En el conductor de arriba la carga vale igual pero de signo contrario,

- ***El campo eléctrico en la cavidad de un conductor.***

Tomemos ahora un conductor con un hueco o cavidad, la cual se supone vacía (sin cargas), y vamos a demostrar que el campo es nulo dentro de la cavidad cualquiera que sea su forma.

Si tomamos una superficie gaussiana fig.6.29 que rodea a la cavidad pero que está inmersa en el metal del conductor, donde $\vec{E} = 0$, el flujo del campo a través de S es nulo y de la ley de gauss se deduce, que la carga neta en el interior de S (la cual solo podría estar distribuida en la superficie interna de la cavidad) es nula, es decir:

$$0 = \frac{Q}{\varepsilon} = \frac{1}{\varepsilon}\int_{A_{cav}} \sigma_e\, dA \qquad (6.41)$$

Para que se cumpla la anterior igualdad, debe ser σ_e nula, o positiva sobre una parte de la superficie de la cavidad y negativa sobre otra, de modo que se compensen exactamente. Suponiendo que esto ocurriera, deberían haber líneas de fuerza del campo eléctrico (con $\vec{E}$ apuntando en

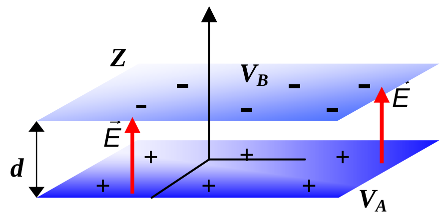

Fig.6.27

El campo eléctrico $\vec{E}$ apunta desde el plano de mayor potencial V_A; hasta el plano de menor potencial V_B.

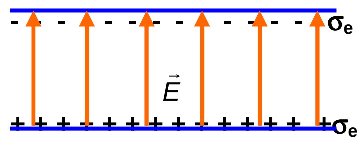

Fig.6.28

Entre dos planos cargados uniformemente con densidades de cargas $+\sigma_e$ y $-\sigma_e$ el campo eléctrico $\vec{E}$, es uniforme y se representa por líneas de campo, paralelas e igualmente espaciadas.

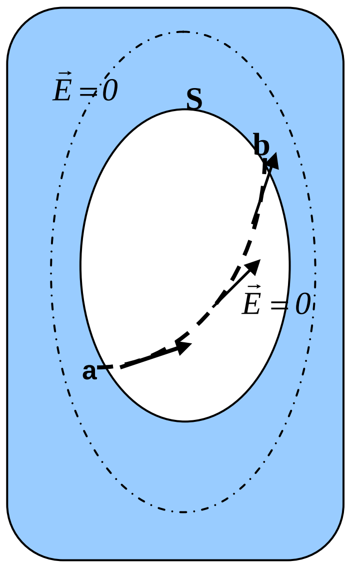

Fig. 6.29. Campo dentro de la cavidad de un conductor, representada en el centro de la figura.

el mismo sentido) dentro de la cavidad, que nacerían en las cargas positivas (digamos en ***a***) de la superficie interna y que irían a parar a las negativas (digamos en ***b***) y por haber campo, entre ***a*** y ***b*** existiría una diferencia de potencial y $V_a \neq V_b$, lo cual es imposible ya que los puntos ***a*** y ***b*** pertenecen al mismo conductor en equilibrio, el cual sabemos que es equipotencial, por lo tanto la única solución posible es que $\vec{E} = 0$ en la cavidad y consecuentemente $\sigma_e = 0$, en la superficie de la cavidad.

$$(\sigma_e)_{\substack{cavidad \\ sin\ cargas}} = 0 \qquad , \qquad (\vec{E})_{\substack{cavidad \\ sin\ cargas}} = 0$$

Observa, que nos estamos refiriendo ahora a una cavidad vacía, es decir sin cargas y enteramente rodeada por un solo conductor. *Vemos, que ninguna distribución de cargas estáticas en el exterior, puede producir un campo en el interior de la cavidad y esto explica el principio de blindaje de un equipo eléctrico cuando éste se ubica dentro de una caja metálica.*

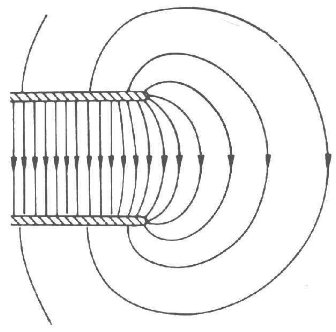

Fig.6.30

Condensador plano. Una aplicación de las placas paralelas es el condensador plano, donde cerca del borde de las armaduras, las líneas del campo eléctrico dejan de ser rectas, curvándose. La región en la que ocurre esto es muy pequeña, si la distancia entre las placas es mucho menor, que la longitud de éstas.

6.2.4 CAPACIDAD DE UN CONDUCTOR.

Se ha visto al estudiar el campo eléctrico, entre dos placas conductoras y paralelas con una diferencia de potencial $V_A - V_B$, que la carga almacenada Q_0 en cada una de las placas es proporcional al valor de $V_A - V_B$; ec. (6.40). Si consideramos que la placa a potencial cero se lleva al infinito, se puede determinar para la placa cargada a potencial V_A que ahora llamamos V_0; una nueva magnitud, llamada *Capacidad del conductor,* que permite relacionar la carga Q_0; con su potencial V_0, estando definida como el coeficiente de proporcionalidad *C*, entre ambas magnitudes. Se puede escribir:

$$C = \frac{Q_0}{V_0} \qquad (6.42)$$

Físicamente representa, la carga que almacena el conductor por cada unidad de potencial (Voltio) al que se encuentra.

La unidad de capacidad se llama *Faradio y* se deduce de la ec.(6.42):

Unidad de capacidad = 1 C/ 1 V = 1 Faradio.

Las capacidades de los condensadores usuales son mucho menores que un Faradio, por lo que se usan divisores de éste:
1 µF = 10^{-6} F.
1 nF = 10^{-9} F.
1 pF = 10^{-12}F.

Puede demostrarse, que la *capacidad de un conductor* depende de su geometría: forma y dimensiones del mismo, y de la permitividad ε del medio que le rodea.

Si el conductor es esférico de radio *R* y carga *Q*. En este caso hay que imaginar, que el segundo objeto conductor, es una superficie (cascara) esférica de radio infinito, a potencial cero, y concéntrica con nuestra esfera de radio *R*. Hemos visto en la ec.(6.37) que la carga de la esfera es $Q = 4\pi\varepsilon_0 R V_c$, y sustituyendo en (6.42) resulta:

$$C = \frac{Q}{V_c} = \frac{4\pi\varepsilon_0 R V_c}{V_c} = 4\pi\varepsilon_0 R$$

Observa que la capacidad de la esfera conductora depende de su radio *R,* y del medio que la rodea, que en este caso es el vacío de permitividad ε_0 .

Considerando el conjunto de dos placas planas y paralelas, como en la fig.6.30, se obtiene ***un condensador*** y la capacidad para su geometría es:

$$C = \frac{Area \quad de \quad placa \ \times \ \varepsilon_0}{d} = \varepsilon_0 \, \frac{A}{d} \qquad (6.43)$$

6.2.5 ENERGÍA ELECTROSTÁTICA.

Si un conjunto de conductores con cargas $Q_1, Q_2, \cdots\cdots Q_i \cdots\cdots Q_n$ se encuentran en equilibrio electrostático, con potenciales V_1 , V_2 , $\cdots\cdots V_i \cdots V_n$ la energía electrostática del sistema de conductores viene dada por la ecuación:

$$U_E = \sum_i \frac{1}{2} Q_i V_i \qquad (6.44)$$

La energía electrostática del sistema de conductores, es la suma, de la mitad del producto de la carga de cada conductor, por su potencial correspondiente.

Como aplicación de la fórmula anterior, encontramos la energía electrostática de dos placas conductoras paralelas de área *A, que constituyen un condensador plano*, fig.6.31. Si la placa de abajo (1) tiene carga $Q_1 = Q$ y potencial $V_1 = V$, mientras que la de arriba $Q_2 = -Q$ y $V_2 = 0$, la energía del conjunto vale:

$$U_E = \frac{1}{2}QV + \frac{1}{2}(-Q) \cdot 0 = \frac{1}{2}QV = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} \qquad (6.45)$$

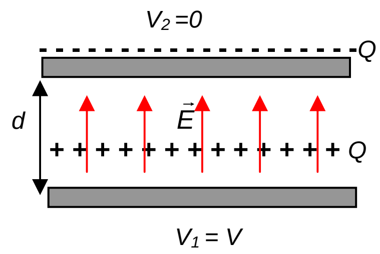

Fig.6.31

Condensador plano cargado

La energía electrostática de las cargas *+Q* y *–Q;* que están distribuidas sobre las placas, se puede expresar también de otra manera muy importante. Considerando que el campo eléctrico entre las placas es uniforme, el potencial vale según la ec.(6.38) $V = E \cdot d$; *y* además de la ec.(6.43) la capacidad del condensador es $C = \frac{A \cdot \varepsilon_0}{d}$. Sustituyendo.

$$U_E = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{A\varepsilon_0}{d}\right)(Ed)^2 = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 \times (A\,d) = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 \times Vol \qquad (6.46)$$

En donde $A \cdot d$ es el producto del área de la placa *A,* por la distancia entre placas *d,* en definitiva, es el valor del volumen *V* comprendido entre las placas, que se conoce como el volumen del dieléctrico.

La importancia de la ec.(6.46) radica, en mostrar que la energía del sistema de conductores cargados y en equilibrio, se encuentra en el campo eléctrico que hay entre los mismos. Es frecuente determinar la energía contenida en la unidad de volumen del dieléctrico, magnitud conocida como *densidad de energía* u_E . Basta con dividir por el volumen del dieléctrico.

$$u_E = \frac{U_E}{Vol} = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 \qquad (6.47) \qquad \text{En el S.I. se mide en } \frac{J}{m^3}$$

Aunque la fórmula anterior se ha deducido por sencillez, para un caso particular, tiene validez general con una ligera modificación. En una región del espacio libre de cargas puntuales, la energía electrostática viene dada por una integral extendida a toda la región del espacio en la que existe ese campo eléctrico.

EJERCICIO RESUELTO

Determina la energía electrostática de una esfera conductora de radio R, y cargada con un carga Q.

De la ec. (6.37) el potencial de la esfera vale $V = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R}$, por lo tanto la energía:

$$U_E = \frac{1}{2} Q \cdot V = \frac{1}{2} Q \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R} = \frac{Q^2}{8\pi\varepsilon_0 R}$$