RESUMEN

El movimiento armónico simple

Consideremos una partícula acoplada a un muelle elástico. Si éste se estira o comprime y después se suelta, la partícula comienza a oscilar a uno y a otro lado de una posición de equilibrio. El movimiento en línea recta de una partícula a un lado y a otro, de una posición de equilibrio, se llama movimiento armónico simple (m.a.s), o movimiento vibratorio armónico. La partícula se dice que efectúa vibraciones.

Ecuación del m.a.s.

Permite determinar la posición (o elongación), de la partícula, en función del tiempo, cuando está realizando el movimiento armónico simple. Esta posición se determina generalmente respecto de la posición de equilibrio. Las ecuaciones del movimiento se expresan con funciones que se repiten de forma periódica, como el seno y el coseno. Así tenemos:

$$x = A \, sen\,(\omega t + \theta_0); \qquad x = A \cos(\omega t + \varphi_0)$$

Por ser seno y coseno funciones distintas, también lo son las fases iniciales de cada uno: θ_0 y φ_0.

A es la amplitud, o distancia máxima que se separa la partícula de la posición de equilibrio.

ω es la frecuencia angular o pulsación angular.

Los paréntesis: $(\omega t + \theta_0)$ y $(\omega t + \varphi_0)$ se designan como fase.

Otras magnitudes característica del m.a.s.

El periodo T, es el tiempo que tarda la partícula en realizar una oscilación completa.

La frecuencia f, es el número de oscilaciones completas que efectúa en un segundo. Su unidad es el Hz, y 1 Hz, es la frecuencia de una partícula que efectúa una vibración completa en un segundo.

Entre el periodo y la frecuencia se verifica: $f = \frac{1}{T}$.

Además: $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$

Velocidad y aceleración en el m.a.s.

Derivando respecto del tiempo la ecuación de la elongación, se obtiene la velocidad:

$$v = \omega A \, sen\,(\omega t + \theta_0).$$

Derivando respecto del tiempo la ecuación de velocidad, se obtiene la aceleración:

$$a = -\omega^2 A \cos(\omega t + \theta_0)$$

La velocidad y la aceleración también pueden expresarse en función de la elongación x.

$$v = \pm \omega \sqrt{A^2 - x^2} \; ; \qquad a = -\omega^2 x$$

La aceleración no es constante, en cada punto depende del valor de x y está siempre dirigida hacia la posición de equilibrio.

La fuerza elástica

La fuerza que ejerce el muelle una vez que está estirado o comprimido sobre una masa, se conoce como fuerza elástica, y es proporcional a la elongación y su sentido siempre es hacia la posición de equilibrio.

$$F = -k\,x$$

Donde k es la constante elástica o recuperadora que se mide en N/m.

El periodo de oscilación depende de la masa m y de la constante recuperadora k, del muelle.

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

Energía potencial del oscilador

La fuerza recuperadora es conservativa de modo que el oscilador deformado posee energía potencial.

$$U_E = \frac{1}{2} k\, x^2 = \frac{1}{2} m\omega^2 x^2$$

Energía cinética del oscilador

El muelle oscilando está en movimiento con una cierta velocidad, por lo que posee energía cinética.

$$E_c = \frac{1}{2} k\left(A^2 - x^2\right) = \frac{1}{2} m\omega^2 \left(A^2 - x^2\right)$$

Energía mecánica del oscilador

La fuerza recuperadora es conservativa y entonces la energía mecánica se conserva. En consecuencia la suma de la energía potencial más la cinética es constante.

$$E_m = E_c + U_E = \frac{1}{2} k\, A^2 = \frac{1}{2} m\omega^2 A^2$$